

Rencontre finale SC^3A : Algèbres amassées, théorie des représentations et combinatoire

Résumés

Claire Amiot : Equivalences dérivées pour les algèbre quasi-aimables.

Dans cet exposé j'expliquerai comment le modèle géométrique de la catégorie dérivée pour les algèbres aimables de Oppenheimer–Plamondon–Schroll, nous permet de donner un modèle géométrique des algèbre quasi-aimables (skew-gentle). On utilise pour cela le fait que les algèbre quasi-aimables sont Morita équivalentes au produit semi-direct d'une algèbre aimable par le groupe $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ (skew-group algebras). Ceci nous donne un modèle en terme de surface orbifold. Ceci est un travail en collaboration avec Thomas Brüstle.

Frédéric Chapoton : Polynômes zêta de nouveaux ordres liés aux partitions non-croisées.

Je vais présenter un travail en cours et encore en partie spéculatif, concernant certains ordres partiels, assez simples, dont le polynôme zêta se factorise. En particulier, on trouve dans cette famille des ordres ayant le même polynôme zêta que les treillis de partitions non-croisées de type A ou B.

Il semble que cette relation s'étende entre d'une part les idéaux principaux supérieurs de ces nouveaux ordres et certains sous-ordres des partitions non-croisées. Il semble aussi qu'on puisse décrire certains invariants numériques de ces nouveaux ordres en partant du M-triangle qui contient les nombres de Möbius des partitions non-croisées.

Sophie Morier-Genoud : Q-binatoire.

Les suites de nombres classiques ont souvent des q -analogues intéressants. Les plus connus sont certainement les q -nombres entiers et les q -coefficients binomiaux qui apparaissent dans différents domaines de mathématique et physique. En revanche la notion de q -nombre rationnel n'existe pas vraiment. On propose une définition basée sur des propriétés combinatoires des rationnels et des fractions continues. La définition des q -rationnels étend naturellement celle des q -entiers et aboutit à un quotient de polynômes à coefficients entiers positifs. On donne une interprétation énumérative des coefficients de ces polynômes en termes de graphes et de représentations de carquois. On remarque aussi des liens avec les polynômes de Jones, et bien évidemment avec les inévitables algèbres amassées.

Il s'agit d'un travail en commun avec V.Ovsienko.

Yann Palu : Groupe de Grothendieck et relations entre $\mathbf{g}$ -vecteurs.

Travail en commun avec Arnau Padrol, Vincent Pilaud et Pierre-Guy Plamondon.

Si Λ est une algèbre d'Artin de type de représentation fini, Maurice Auslander a montré que les relations dans le groupe de Grothendieck de Λ sont engendrées par les relations de maille. Motivés par l'étude du type cone des éventails amassés, nous avons démontré un analogue de ce résultat adapté aux catégories amassées. Dans ce cadre, le groupe de Grothendieck considéré n'est pas le groupe de Grothendieck usuel de la catégorie amassée : il faut au préalable remplacer sa structure triangulée par une structure extriangulée relative.

Ce résultat permet de compléter la seconde étape de l'approche par le type cone, présentée dans l'exposé de Vincent Pilaud.

Vincent Pilaud : Type cones des éventails de $\mathbf{g}$ -vecteurs.

Travail en commun avec Arnau Padrol, Yann Palu et Pierre-Guy Plamondon.

Inspirés par une construction issue de la physique théorique, Véronique Bazier-Matte, Guillaume Douville, Kaveh Mousavand, Hugh Thomas et Emine Yıldırım ont construit de nouvelles (de fait, toutes les) réalisations polytopales des éventails de $\mathbf{g}$ -vecteurs pour les algèbres amassées de type fini simplement lacé, munies d'une graine initiale acyclique. En proposant une approche différente, s'appuyant sur l'étude du "type cone" de Peter McMullen, nous avons généralisé ce résultat à tous les types finis, munies d'une graine quelconque. Notre approche sépare la démonstration en deux étapes bien distinctes : la première est combinatoire et géométrique et la seconde fait appel à la théorie des représentations et à la catégorification des algèbres amassées.

Cet exposé présentera un survol de la première partie et des applications à d'autres types d'éventails de $\mathbf{g}$ -vecteurs.

Pierre-Guy Plamondon : Formules de multiplication pour les cas non-simplement lacés.

Toute algèbre amassée de type simplement lacé (et à coefficients géométriques) admet une catégorification additive. La généralisation de cette affirmation aux cas non simplement lacés est un problème ouvert et difficile. Récemment, C.Geiss, B.Leclerc et J.Schröer ont proposé une approche en utilisant des algèbres de dimension finie dont la définition rappelle celle des espèces de V.Dlab et C.M.Ringel. Ils montrent qu'en type Dynkin, les modules rigides indécomposables sur ces algèbres sont en bijection avec les variables non-initiales de l'algèbre amassée correspondante. Cette bijection est explicitée au moyen d'un caractère d'amas.

Dans cet exposé, nous montrerons que ce caractère d'amas satisfait à certaines formules de multiplications rappelant celles démontrées par P.Caldero et F.Chapoton. Nous présenterons également un candidat pour la définition de catégorie amassée pour les cas non simplement lacés. (Ceci est un travail en commun avec Yann Palu.)

Baptiste Rognerud : Arbres binaires et représentations des algèbres de matrices triangulaires supérieures.

Dans cet exposé je considérerai l'algèbre Λ_n des matrices triangulaires supérieures et je répondrai aux deux questions suivantes :

1. Combien y a-t-il de structures quasi-héréditaires sur cette algèbre ?
2. Combien cette algèbre possède-t-elle de modules fidèlement balancés ?

Dans les deux cas nous verrons que la réponse fait naturellement intervenir les treillis de Tamari dont les éléments sont des arbres binaires.

Hugh Thomas : An infinite-dimensional associahedron.

A very interesting construction of the linearly oriented type A_n associahedron was recently given by Arkani-Hamed, Bai, He, and Yan. It was shown by Bazier-Matte, Chapelier, Douville, Mousavand, Yıldırım, and me that this construction could be extended to all Dynkin quivers. I will discuss how to define an infinite-dimensional associahedron by a similar construction in which the difference equations that define finite type associahedra are replaced with partial differential equations. (Let me emphasize that the partial differential equations are very easy to solve.)

This is based on joint work with Nima Arkani-Hamed, Song He, and Giulio Salvatori.

Emmanuel Wagner : TQFT trivalentes et applications.

On présentera une formule combinatoire explicite pour l'évaluation de certains CW complexes fermés de dimension 2 appelées mousses. Ces mousses sont inhérentes à la catégorification de certains invariants quantiques d'entrelacs de type A. On expliquera comment s'en servir pour construire une TQFT trivalente, c-à-d un foncteur monoidale d'une certaine catégorie de cobordismes où les objets sont des graphes trivalents et les morphismes des mousses à bord vers les espaces vectoriels gradués. Si le temps le permet, on présentera des applications de cette formule. Tous les objets seront définis et aucun prérequis n'est nécessaire. Travail en commun avec Louis-Hadrien Robert.