Université de Picardie Jules Verne
U.F.R. des Sciences
LAMFA UMR CNRS 7352 - Département de Mathématiques

Master 2 Analyse Appliquée et Modélisation

Description des cours

Année universitaire 2025/2026

Responsable : Pr. Alberto Farina (LAMFA)

La spécialité *Analyse Appliquée et Modélisation* s'inscrit dans le parcours du Master mention mathématiques et a pour vocation de proposer aux étudiants une formation de haut niveau en mathématiques appliquées et applications des mathématiques.

Les compétences acquises auront trait à la modélisation, l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, le calcul scientifique, le traitement numérique des données ; des cours de modélisation mathématique en Sciences du vivant (médecine, écologie), en stockage de l'énergie sont également proposés à la faveur des interactions multidisciplinaires que les membres du LAMFA UMR 7352 CNRS UPJV ont avec d'autres laboratoires de recherche.

La formation proposée vise donc à former des diplômés capables, d'une part, d'assurer un service pointu de veille technologique et, d'autre part, de mettre en œuvre ou de créer les outils mathématiques et algorithmiques les plus adaptés à des problèmes variés de modélisation et de simulation.

Il prépare aux métiers d'ingénieur mathématicien. Le Master pourra se poursuivre par le biais d'une thèse.

Le Master 2 est ouvert aux titulaires d'un Master de mathématiques ou d'un diplôme équivalent. Il accepte des étudiants salariés au titre de la formation continue.

L'équipe d'accueil de la mention est le **LAMFA**, Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée, UMR 7352 CNRS UPJV.

Dossier d'inscription :

Université de Picardie Jules Verne
UFR des Sciences

Mme Caroline Bourlet
Master Mention Mathématiques
Spécialité Analyse Appliquée et Modélisation
33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

Secrétariat du département de mathématiques :
caroline.bourlet@u-picardie.fr
tel : 03 22 82 75 01

L'inscription se fait, suivant les situations administratives

- soit en ligne sur le site www.u-picardie.fr/ecandidat
- soit en passant Campus France (https://www.campusfrance.org/fr) (pas de dossier e-candidat dans ce cas) .

Il est fortement recommandé de prévenir, en plus, par courriel le responsable de la formation Alberto Farina : alberto.farina@u-picardie.fr

MODALITÉS DE CONTRÔLE DES CONNAISSANCES

Une UE est validée par le biais d'un examen ou d'un projet.
Évaluation du mémoire (ou stage) par un rapport écrit et une soutenance orale devant jury.
Le mémoire (ou stage) est obligatoire.

SYLLABUS M2 : Tronc Commun

EDP et éléments finis

Semestre : 1
Volume horaire par étudiant :
CM : 30+15
TD : 30+15
ECTS : 9

Equations aux Dérivées Partielles et Calcul des Variations (6 ECTS).

Existence, propriétés qualitatives et aspects géométriques de solutions d'équations et de systèmes d'équations aux dérivées partielles non-linéaires.

Bibliographie

[1] *L. C. Evans,* Partial differential equations*, Graduate studies in Mathematics, 19, AMS, Providence, RI, 1988*

[2] *D. Gilbarg, N.S. Trudinger,* Elliptic partial differential equations of second order*, reprint of the 1998 edition, classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001*

[3] *O. Kavian, I*ntroduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques, *Mathématiques et applications (Berlin), 13, Springer-Verlag, Paris, 1993*

Eléments finis (3ECTS)

Eléments finis : Formulation variationnelle, approximation variationnelle abstraite, méthodes de Galerkine. Espaces d'éléments finis, construction et mise en œuvre, théorie de l'erreur. Exemples : problèmes aux limites elliptiques (Dirichlet, Neumann), problème de Stokes. Illustration par FreeFem++.

Approximation polynomiale : Rappels et compléments, approximation au sens de Tchebytcheff, au sens des moindres carrés, interpolation polynomiale et trigonométrique, interpolation par morceaux, splines.

Bibliographie

[1] *P. J. Davis,* Approximation and Interpolation, *Dover publications*

[2] *A. Ern, J.-L. Germond,* Théorie et pratique des éléments finis*, Springer, 2004*

[3] *C. Lanczos,* Linear Differential operators, *Van Nostrand, 1961*

[4] *A. Quarteroni, A. Valli,* Numerical Approximation of PDE, *Springer*

[5] *J. Stoer, R. Bulirsch,* Introduction to numerical analysis, *2ed., Springer, 1993*

TRAITEMENT DES DONNEES ET CALCUL SCIENTIFIQUE

Semestre : 1
Volume horaire par étudiant :
CM : 15+30
TD : 15+30
ECTS : 9

Méthodes numériques pour le Calcul Scientifique (6 ECTS)

Ce cours présente quelques techniques numériques et leur mise en œuvre à l'aide de logiciels de calcul scientifique modernes. Le fil conducteur sera donné par les équations classiques de la physique telles que celles de Navier-Stokes. On abordera, en fonction de différents développements : les méthodes efficaces de résolution de systèmes linéaires et non linéaires ; la discrétisation d'EDP à l'aide des méthodes différences finies, éléments fins et volumes finis et la montée en ordre ; etc. Les méthodes seront programmées en Python et/ou FreeFem++.

Bibliographie

[1] *F. Brezzi, M. Fortin,* Mixed and hybrid finite elements methods, *Springer 1991*
[2] *P. Ciarlet,* Analyse numérique matricielle et optimisation, *Masson 1983*
[3] *V. Girault, P.A. Raviart,* Finite elements methods for Navier-Stokes equations*, Springer 1986*
[4] *J.C. Strikwerda,* Finite Difference Schemes and PDE. *SIAM, 2nd edition, 2004.*
[5] *Collectif,* https://scipy-lectures.org/intro/
[6] *P. A. Markowich.* Applied Partial Differential Equations - a visual approach. *Springer 2007*

Traitement de données (3 ECTS)

L'objectif est de donner une introduction au traitement numérique des données et de les illustrer avec le logiciel R.

Introduction : les identificateurs du " big data"
Analyse des données et apprentissage non supervisé
Rappels (lois statistiques usuelles)
Structures des données
Données monodimensionnelles (analyse statistique de base)
Données bidimensionnels (corrélation, régression)
Données pluridimensionnelles (Analyse en Composantes Principales)
Construction des modèles et apprentissage supervisé / estimation de paramètres
Rappels et compléments d'optimisation
Régression linéaire et non linéaire
Un algorithme d'apprentissage : l'Algorithme KNN
Estimations de paramètres
Test statistiques
Filtres de Kalman
Estimation Bayesienne

Bibliographie

[1] *M. Asch, M. Boquet, M. Nodet,* Data Assimilation : Methods, Methods and Applications*, SIAM, Fundamentals of Algorithms, 2017*
[2] *G. Saporta,* Probabilités, Analyse de Données et Statistique, *Technip, 1990*
[3] *James, Witten, Hastie, Tibshirani,* Introduction to Statistical Learning with R . *Springer 2013*

Mini-Projet

Semestre : 1
ECTS : 3

Il s'agit d'un travail individuel encadré consistant en une introduction à un thème nouveau lié à un des cours fondamentaux du premier semestre. Cela peut prendre par exemple la forme de lecture d'un article, de sa compréhension et de sa restitution synthétique lors d'une présentation orale de la durée de 5-10 minutes.

Anglais Scientifique

Semestre : 1
Volume horaire par étudiant : CM : 15 TD : 15
ECTS : 3

Ce cours est mutualisé avec le Master 2 ATNA.

Mémoire ou Stage

Semestre : 2
ECTS : 24

Mémoire : il s'agit d'une initiation à la recherche. Il peut s’effectuer dans un laboratoire académique, à l’UPJV ou dans une autre université, mais aussi dans une industrie.
Stage : il s'agit d'un stage à l'extérieur du laboratoire.

SYLLABUS M2 : Cours optionnels

Lois de conservation hyperboliques

Semestre : 1
Volume horaire par étudiant : CM : 15 TD : 15
ECTS : 3

On se propose d'introduire quelques notions fondamentales concernant les équations et systèmes aux dérivées partielles hyperboliques. On étudiera le problème de Cauchy et certaines propriétés qualitatives pour des lois de conservation en dimension 1 d'espace. On retrouve ce type d'équations dans de nombreux phénomènes physiques (mécanique des fluides, trafic routier...).

Plan indicatif :
1. Equations hyperboliques :
   — Equation de transport ;
   — Cas non linéaire ;
   — Exemple du trafic routier ;
   — Notions de solutions classiques, méthode des caractéristiques ;
   — Solutions faibles ;
   — Solutions entropiques ;
   — Problème de Riemann, ondes de chocs, ondes de raréfaction.

2. Systèmes hyperboliques :
   — Exemples;
   — Notion d'hyperbolicité ;
   — Cas linéaire, équation des ondes ;
   — Cas non linéaire ;
   — Cas du p-Système ;
   — Nature des champs caractéristiques ;
   — Problème de Riemann.

Bibliographie

[1] Sylvie Benzoni-Gavage and Denis Serre. Multidimensional hyperbolic partial differential equations. Oxford Mathematical Monographs. The Clarendon Press Oxford University Press, Oxford, 2007. First-order systems and applications.

[2] Haïm Brezis. Analyse fonctionnelle. Collection Mathématiques Appliquées pour la Maîtrise. Masson, Paris, 1983. Théorie et applications.

[3] Bruno Després, François Dubois. Systèmes hyperboliques de lois de la conservation. Application à la dynamique du gaz. Les éditions de l'Ecole Polytechnique, 2005.

[4] Helge. Holden, Nils Henrik Risebro. Front tracking for hyperbolic conservation laws. Springer, second edition 2015. Applied Mathematical Sciences.

[5] Heins Otto Kreiss, Jens Lorenz. Initial boundary value problems and the Navier-Stokes equations. SIAM, Classics in Applied Mathematics. 2004.

Mathématiques appliquées à l'écologie

Semestre : 1
Volume horaire par étudiant : CM : 15 TD : 15
ECTS : 3

Ce cours est en partenariat avec des écologues du laboratoire EDYSAN de l'UPJV.
Nous y aborderons des questions de modélisation mathématiques en écologie.
Basé sur l'intervention des écologues (dynamique des populations, phylogénies) dans une première partie, le cours développera ensuite les aspects mathématiques suivants :

- Modélisation par des équations différentielles ordinaires : identifiabilité, identification et sensibilité. Quelques questions autour de la sélection de modèle.

- Modèles probabilistes : Wright-Fischer, Galton-Watson, processus de sauts (temps continue).

- EDP structurées en taille, âge ou traits pour la dynamique de croissance, sélection des plantes et espèces.

Bibliographie

[1] *Engel K-J, Nagel R.,* A Short Course on Operator Semigroups, *Universitext, 2006.*

[2] *Muller J, Kuttler C.*, Methods and Models in Mathematical Biology (Deterministic and Stochastic Approaches) Springer, 2015.

[3] *Perthame B.,* Transport Equations in Biology, *Springer, 2007.*

[4] *Walter E. and Pronzato L.,* Identification of Parametric Models from Experimental Data, *Springer-Verlag, Heidelberg, 1997. xviii+413 pages.*

Théorie ergodique

Semestre : 1
Volume horaire par étudiant : CM : 15 TD : 15
ECTS : 3

Qu'il soit physique, biologique ou autre, un système qui évolue au cours du temps peut être modélisé par un système dynamique. Dans ce cours, nous étudierons des systèmes dynamiques topologiques et mesurés, deux exemples de systèmes déterministes à temps discret. Afin de répondre à des questions telles que "en moyenne, quelle proportion du temps est passée dans un ensemble de configurations ?" ou, plus généralement, pour étudier le comportement en asymptotique et statistique du système, nous introduirons les outils et thèmes classiques de théorie ergodique :

- Récurrence
- Théorèmes ergodiques
- Mesures ergodiques
- Mélange

Tout au long du cours, nous nous appuierons sur des exemples tels que les rotations ou les décalages de Bernoulli. La dernière partie du cours sera consacrée à une étude plus approfondie de systèmes dynamiques particuliers : les sous-décalages. En effet, ces systèmes d'apparence simples permettent de représenter n'importe quel système dynamique topologique et ainsi de l'étudier avec un autre angle.

Ce cours fera intervenir des notions de théorie de la mesure.

Bibliographie

[1] Berthé V. et Rigo M. (eds), Combinatorics, Automata and Number Theory, Encyclopedia of Mathematics and its Applications 135, Cambridge University Press, 2010.

[2] Einsiedler M. et Ward T., Ergodic Theory with a view towards Number Theory, Graduate Texts in Mathematics 259, Springer-Verlag, 2011.

[3] Walters P., An Introduction to Ergodic Theory, Graduate Texts in Mathematics 79, Springer- Verlag, 1982.

Modélisation et Résolution Numérique de Problèmes Appliqués à la Médecine
&
Modélisation mathématique pour les sciences du vivant

Semestre : 1
Volume horaire par étudiant
CM : 15 + 15
TD : 15 + 15
ECTS : 6

L'objectif est d'étudier des modèles pour des systèmes biologiques et la médecine. De nombreuses classes de modèles mathématiques existent pour les décrire et nous en aborderont quelques uns dans ce cours.

Modélisation mathématique pour les sciences du vivant :

Dans cette partie, nous nous intéresserons à la modélisation mathématique en dynamique des populations. Le but est de modéliser la croissance des populations et les différentes interactions qui peuvent exister entre elles. Nous allons également examiner comment certains modèles de la dynamique des populations sont utilisés en oncologie.

1. Le principe des modèles en compartiments.

2. Les modèles de populations en interaction.

3. Les modèles en oncologie.

Modélisation et Résolution Numérique de Problèmes Appliqués à la Médecine :

Nous nous intéresserons ici aux modèles structurés, leur analyse (existence, unicité, temps long) et leur résolution numérique par la méthode des volumes finis. En particulier les modèles suivant seront traités :

1. Renouvellement cellulaire (p. ex. croissance cellulaire, division).

2. Coagulation-fragmentation (p. ex. filament actine, coagulum).

3. Modèle en espace (p. ex. croissance tumorale, interfaces).

Bibliographie

[1] *P. Auger, C. Lett, J.C. Poggiale.* Modélisation mathématique en écologie. *Dunod, 2010.*

[2] *M. Lewis, Petrovskii, Potts* - The Mathematics Behind Biological Invasions*, Springer, 2016.*

[3] *J. Murray.* Mathematical biology I : An introduction. *Springer-Verlag, 2002.*

[4] *N. Shigesada, K. Kawasaki.* Biological invasions : theory and practice. *Oxford Univer- sity Press, 1997.*

[5] *D. Wodarz and N. L. Komrova,* Dynamics of Cancer, Mathematical Foundations of Oncology, *World Scientific, 2014.*

[6] *A. Friedman,* Mathematical Biology Modeling and Analysis, *Conference broad of the Mathematical Sciences (CBMS), AMS, 2018.*

[7] *B. Perthame,* Transport Equations in Biology, *Springer, 2007.*