

Université de Picardie Jules Verne
U.F.R. des Sciences
LAMFA UMR CNRS 7352 - Département de Mathématiques

Master 2 Analyse Appliquée et Modélisation

Description des cours

Année universitaire 2024/2025

Responsable : Pr. Alberto Farina (LAMFA)

La spécialité *Analyse Appliquée et Modélisation* s'inscrit dans le parcours du Master mention mathématiques et a pour vocation de proposer aux étudiants une formation de haut niveau en mathématiques appliquées et applications des mathématiques.

Les compétences acquises auront trait à la modélisation, l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, le calcul scientifique, le traitement numérique des données ; des cours de modélisation mathématique en Sciences du vivant (médecine, écologie), en stockage de l'énergie sont également proposés à la faveur des interactions multidisciplinaires que les membres du LAMFA UMR 7352 CNRS UPJV ont avec d'autres laboratoires de recherche.

La formation proposée vise donc à former des diplômés capables, d'une part, d'assurer un service pointu de veille technologique et, d'autre part, de mettre en œuvre ou de créer les outils mathématiques et algorithmiques les plus adaptés à des problèmes variés de modélisation et de simulation.

Il prépare aux métiers d'ingénieur mathématicien. Le Master pourra se poursuivre par le biais d'une thèse.

Le Master 2 est ouvert aux titulaires d'un Master de mathématiques ou d'un diplôme équivalent. Il accepte des étudiants salariés au titre de la formation continue.

L'équipe d'accueil de la mention est le **LAMFA**, Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée, UMR 7352 CNRS UPJV.

Dossier d'inscription :

Université de Picardie Jules Verne
UFR des Sciences

Mme Caroline Bourlet
Master Mention Mathématiques
Spécialité Analyse Appliquée et Modélisation
33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

Secrétariat du département de mathématiques :

caroline.bourlet@u-picardie.fr

tel : 03 22 82 75 01

L'inscription se fait, suivant les situations administratives

- soit en ligne sur le site www.u-picardie.fr/ecandidat
- soit en passant Campus France (<https://www.campusfrance.org/fr>) (pas de dossier e-candidat dans ce cas) .

Il est fortement recommandé de prévenir, en plus, par courriel le responsable de la formation **Alberto Farina** : alberto.farina@u-picardie.fr

MODALITÉS DE CONTRÔLE DES CONNAISSANCES

Une UE est validée par le biais d'un examen ou d'un projet.

Évaluation du mémoire (ou stage) par un rapport écrit et une soutenance orale devant jury.

Le mémoire (ou stage) est obligatoire.

SYLLABUS M2 : Tronc Commun

EDP et éléments finis

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

CM : 30+15

TD : 30+15

ECTS : 9

Equations aux Dérivées Partielles et Calcul des Variations (6 ECTS).

Existence, propriétés qualitatives et aspects géométriques de solutions d'équations et de systèmes d'équations aux dérivées partielles non-linéaires.

Bibliographie

[1] *L. C. Evans*, Partial differential equations, *Graduate studies in Mathematics, 19*, AMS, Providence, RI, 1988

[2] *D. Gilbarg, N.S. Trudinger*, Elliptic partial differential equations of second order, *reprint of the 1998 edition, classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001*

[3] *O. Kavian*, Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques, *Mathématiques et applications (Berlin), 13*, Springer-Verlag, Paris, 1993

Eléments finis (3ECTS)

Eléments finis : Formulation variationnelle, approximation variationnelle abstraite, méthodes de Galerkin. Espaces d'éléments finis, construction et mise en œuvre, théorie de l'erreur. Exemples : problèmes aux limites elliptiques (Dirichlet, Neumann), problème de Stokes. Illustration par FreeFem++.

Approximation polynomiale : Rappels et compléments, approximation au sens de Tchebycheff, au sens des moindres carrés, interpolation polynomiale et trigonométrique, interpolation par morceaux, splines.

Bibliographie

[1] *P. J. Davis*, Approximation and Interpolation, *Dover publications*

[2] *A. Ern, J.-L. Germond*, Théorie et pratique des éléments finis, *Springer, 2004*

[3] *C. Lanczos*, Linear Differential operators, *Van Nostrand, 1961*

[4] *A. Quarteroni, A. Valli*, Numerical Approximation of PDE, *Springer*

[5] *J. Stoer, R. Bulirsch*, Introduction to numerical analysis, *2ed.*, *Springer, 1993*

TRAITEMENT DES DONNEES ET CALCUL SCIENTIFIQUE

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

CM : 15+30

TD : 15+30

ECTS : 9

Méthodes numériques pour le Calcul Scientifique (6 ECTS)

Ce cours présente quelques techniques numériques et leur mise en œuvre à l'aide de logiciels de calcul scientifique modernes. Le fil conducteur sera donné par les équations classiques de la physique telles que celles de Navier-Stokes. On abordera, en fonction de différents développements : les méthodes efficaces de résolution de systèmes linéaires et non linéaires ; la discrétisation d'EDP à l'aide des méthodes différences finies, éléments fins et volumes finis et la montée en ordre ; etc. Les méthodes seront programmées en Python et/ou FreeFem++.

Bibliographie

- [1] *F. Brezzi, M. Fortin, Mixed and hybrid finite elements methods, Springer 1991*
- [2] *P. Ciarlet, Analyse numérique matricielle et optimisation, Masson 1983*
- [3] *V. Girault, P.A. Raviart, Finite elements methods for Navier-Stokes equations, Springer 1986*
- [4] *J.C. Strikwerda, Finite Difference Schemes and PDE. SIAM, 2nd edition, 2004.*
- [5] *Collectif, <https://scipy-lectures.org/intro/>*
- [6] *P. A. Markowich. Applied Partial Differential Equations - a visual approach. Springer 2007*

Traitement de données (3 ECTS)

L'objectif est de donner une introduction au traitement numérique des données et de les illustrer avec le logiciel R.

Introduction : les identificateurs du " big data"
Analyse des données et apprentissage non supervisé
Rappels (lois statistiques usuelles)
Structures des données
Données monodimensionnelles (analyse statistique de base)
Données bidimensionnelles (corrélation, régression)
Données pluridimensionnelles (Analyse en Composantes Principales)
Construction des modèles et apprentissage supervisé / estimation de paramètres
Rappels et compléments d'optimisation
Régression linéaire et non linéaire
Un algorithme d'apprentissage : l'Algorithme KNN
Estimations de paramètres
Test statistiques
Filtres de Kalman
Estimation Bayésienne

Bibliographie

- [1] *M. Asch, M. Boquet, M. Nodet, Data Assimilation : Methods, Methods and Applications, SIAM, Fundamentals of Algorithms, 2017*
- [2] *G. Saporta, Probabilités, Analyse de Données et Statistique, Technip, 1990*
- [3] *James, Witten, Hastie, Tibshirani, Introduction to Statistical Learning with R . Springer 2013*

Mini-Projet

Semestre : 1

ECTS : 3

Il s'agit d'un travail individuel encadré consistant en une introduction à un thème nouveau lié à un des cours fondamentaux du premier semestre. Cela peut prendre par exemple la forme de lecture d'un article, de sa compréhension et de sa restitution synthétique lors d'une présentation orale de la durée de 5-10 minutes.

Anglais Scientifique

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

ECTS : 3

CM : 15

TD : 15

Ce cours est mutualisé avec le Master 2 ATNA.

Mémoire ou Stage

Semestre : 2

ECTS : 24

Mémoire : il s'agit d'une initiation à la recherche. Il peut s'effectuer dans un laboratoire académique, à l'UPJV ou dans une autre université, mais aussi dans une industrie.

Stage : il s'agit d'un stage à l'extérieur du laboratoire.

SYLLABUS M2 : Cours optionnels

Méthode de décomposition de domaine

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

CM : 15

TD : 15

ECTS : 3

De nombreux phénomènes physiques sont modélisés par des équations aux dérivées partielles (simulation de phénomènes météorologiques, calcul de l'aérodynamisme d'une voiture, etc.) Ces équations sont discrétisées et on obtient un système linéaire ou non $F(u) = b \in \mathbb{R}^n$ avec n pouvant être grand. Résoudre ce système est coûteux en temps et en mémoire. Heureusement, de puissants calculateurs parallèles sont facilement accessibles pour résoudre ces problèmes de grande taille.

Les méthodes de décomposition de domaine sont des méthodes numériques qui vont tirer profit de ces calculateurs parallèles. Elles consistent à décomposer le domaine de calcul en plusieurs sous-domaines puis d'utiliser un processeur par sous-domaine. On obtient alors la solution globale par un processus itératif.

Nous proposons ici d'explorer les différents aspects de ces méthodes. Nous étudierons les principaux algorithmes de décomposition de domaine anciens ou plus récents. Les TDs se feront en partie sur machine en utilisant le langage Python.

Plan du cours :

1. Méthode de Schwarz classique
2. Méthode de Schwarz optimisée
3. Méthode de Schwarz discrète
4. Généralisation à des problèmes en temps
5. Algorithme pararéel.

Bibliographie

[1] *M.J. Gander, L. Halpern, Méthodes de décomposition de domaine, Encyclopédie électronique pour les ingénieurs, 81 pages, France, 2012.*

[2] *Victorita Dolean, Pierre Jolivet, Frédéric Nataf, An Introduction to Domain Decomposition Methods- Algorithms, Theory, and Parallel Implementation. Edition en anglais.*

[3] *Lions Jacques-Louis, Maday Yvon, Turinici Gabriel, A parareal in time discretization of PDE's. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série I. 332 (7): 661–668 (2001).*

Mathématiques appliquées à l'écologie

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

CM : 15

TD : 15

ECTS : 3

Ce cours est en partenariat avec des écologues du laboratoire EDYSAN de l'UPJV.

Nous y aborderons des questions de modélisation mathématiques en écologie.

Basé sur l'intervention des écologues (dynamique des populations, phylogénies) dans une première partie, le cours développera ensuite les aspects mathématiques suivants :

- Modélisation par des équations différentielles ordinaires : identifiabilité, identification et sensibilité. Quelques questions autour de la sélection de modèle.
- Modèles probabilistes : Wright-Fischer, Galton-Watson, processus de sauts (temps continue).
- EDP structurées en taille, âge ou traits pour la dynamique de croissance, sélection des plantes et espèces.

Bibliographie

[1] *Engel K-J, Nagel R., A Short Course on Operator Semigroups, Universitext, 2006.*

[2] *Muller J, Kuttler C., Methods and Models in Mathematical Biology (Deterministic and Stochastic Approaches) Springer, 2015.*

[3] *Perthame B., Transport Equations in Biology, Springer, 2007.*

[4] *Walter E. and Pronzato L., Identification of Parametric Models from Experimental Data, Springer-Verlag, Heidelberg, 1997. xviii+413 pages.*

Théorie ergodique au travers d'exemples

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

CM : 15

TD : 15

ECTS : 3

Dans ce cours on appréhendera au travers d'exemples les notions importantes de la théorie ergodique et de la dynamique topologique. Notre attention se concentrera sur les systèmes d'entropie nulle tels que les rotations sur les groupes, les systèmes dynamiques substitutifs ou encore S-adiques :

Dynamique des rotations sur des groupes.

Dynamiques de l'intervalle et des tores T^1 et T^2 : linéaire et transformation de Gauss (dynamique des fractions continues).

Dynamique des décalages : fullshift, codage de rotations substitutions,...

Systèmes substitutifs et S-adiques.

Bibliographie

- [1] *A. Katok, B. Hasselblatt, Introduction to the modern theory of dynamical systems, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.*
- [2] *W. Parry, Topics in Ergodic Theory, Cambridge University Press 1981.*
- [3] *K. Petersen, Ergodic Theory, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 2, 1983.*
- [4] *P. Walters, An Introduction to Ergodic Theory, Graduate Texts in Mathematics 79, Springer-Verlag 1982.*
- [5] *F. Durand, D. Perrin, Dimension groups and dynamical systems, Cambridge University Press, Cambridge, 2022.*

Modélisation et Résolution Numérique de Problèmes Appliqués à la Médecine & Modélisation mathématique pour les sciences du vivant

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant

CM : 15 + 15

TD : 15 + 15

ECTS : 6

L'objectif est d'étudier des modèles pour des systèmes biologiques et la médecine. De nombreuses classes de modèles mathématiques existent pour les décrire et nous en aborderont quelques uns dans ce cours.

Modélisation mathématique pour les sciences du vivant :

Dans cette partie, nous nous intéresserons à la modélisation mathématique en dynamique des populations. Le but est de modéliser la croissance des populations et les différentes interactions qui peuvent exister entre elles. Nous allons également examiner comment certains modèles de la dynamique des populations sont utilisés en oncologie.

1. Le principe des modèles en compartiments.
2. Les modèles de populations en interaction.
3. Les modèles en oncologie.

Modélisation et Résolution Numérique de Problèmes Appliqués à la Médecine :

Nous nous intéresserons ici aux modèles structurés, leur analyse (existence, unicité, temps long) et leur résolution numérique par la méthode des volumes finis. En particulier les modèles suivant seront traités :

1. Renouvellement cellulaire (p. ex. croissance cellulaire, division).
2. Coagulation-fragmentation (p. ex. filament actine, coagulum).
3. Modèle en espace (p. ex. croissance tumorale, interfaces).

Bibliographie

[1] *P. Auger, C. Lett, J.C. Poggiale. Modélisation mathématique en écologie. Dunod, 2010.*

[2] *M. Lewis, Petrovskii, Potts - The Mathematics Behind Biological Invasions, Springer, 2016.*

- [3] *J. Murray*. Mathematical biology I : An introduction. *Springer-Verlag*, 2002.
- [4] *N. Shigesada, K. Kawasaki*. Biological invasions : theory and practice. *Oxford University Press*, 1997.
- [5] *D. Wodarz and N. L. Komrova*, Dynamics of Cancer, Mathematical Foundations of Oncology, *World Scientific*, 2014.
- [6] *A. Friedman*, Mathematical Biology Modeling and Analysis, *Conference broad of the Mathematical Sciences (CBMS), AMS*, 2018.
- [7] *B. Perthame*, Transport Equations in Biology, *Springer*, 2007.