

Université de Picardie Jules Verne  
U.F.R. des Sciences  
LAMFA UMR CNRS 7352 - Département de Mathématiques

# **Master 2 Analyse Appliquée et Modélisation**

Description des cours

Année universitaire 2022/2023

Responsable : Pr. Alberto Farina (LAMFA)

La spécialité *Analyse Appliquée et Modélisation* s'inscrit dans le parcours du Master mention mathématiques et a pour vocation de proposer aux étudiants une formation de haut niveau en mathématiques appliquées et applications des mathématiques.

Les compétences acquises auront trait à la modélisation, l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, le calcul scientifique, le traitement numérique des données ; des cours de modélisation mathématique en Sciences du vivant (médecine, écologie), en stockage de l'énergie sont également proposés à la faveur des interactions multidisciplinaires que les membres du LAMFA UMR 7352 CNRS UPJV ont avec d'autres laboratoires de recherche.

La formation proposée vise donc à former des diplômés capables, d'une part, d'assurer un service pointu de veille technologique et, d'autre part, de mettre en œuvre ou de créer les outils mathématiques et algorithmiques les plus adaptés à des problèmes variés de modélisation et de simulation.

Il prépare aux métiers d'ingénieur mathématicien. Le Master pourra se poursuivre par le biais d'une thèse.

Le Master 2 est ouvert aux titulaires d'un Master de mathématiques ou d'un diplôme équivalent. Il accepte des étudiants salariés au titre de la formation continue.

Le Master 1, non présenté ici, est ouvert aux titulaires d'une Licence de mathématiques. On se reportera au site <https://www.lamfa.u-picardie.fr/masters-agregations> pour plus de précisions.

L'équipe d'accueil de la mention est le **LAMFA**, Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée, UMR 7352 CNRS UPJV.

**Dossier d'inscription :** Université de Picardie Jules Verne  
UFR des Sciences

Mme Caroline Bourlet  
Master Mention Mathématiques  
Spécialité Analyse Appliquée et Modélisation  
33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

Secrétariat du département de mathématiques :  
[caroline.bourlet@u-picardie.fr](mailto:caroline.bourlet@u-picardie.fr)  
tel : 03 22 82 75 01

L'inscription se fait, suivant les situations administratives

- soit en ligne sur le site [www.u-picardie.fr/ecandidat](http://www.u-picardie.fr/ecandidat)
- soit en passant Campus France (<https://www.campusfrance.org/fr>) (pas de dossier e-candidat dans ce cas) .

Il est fortement recommandé de prévenir, en plus, par courriel le responsable de la formation **Alberto Farina** : [alberto.Farina@u-picardie.fr](mailto:alberto.Farina@u-picardie.fr)

#### MODALITÉS DE CONTRÔLE DES CONNAISSANCES

Une UE est validée par le biais d'un examen ou d'un projet.

Évaluation du mémoire par un rapport écrit et une soutenance orale devant jury.

Le mémoire est obligatoire.

## SYLLABUS M2 : Tronc Commun

### EDP et éléments finis

**Semestre : 1**

**Volume horaire par étudiant :**

CM : 30+15

TD : 30+15

**ECTS : 9**

#### **Equations aux Dérivées Partielles et Calcul des Variations (6 ECTS).**

Existence, propriétés qualitatives et aspects géométriques de solutions d'équations et de systèmes d'équations aux dérivées partielles non-linéaires de type elliptique et parabolique.

#### **Bibliographie**

[1] L. C. Evans, *Partial differential equations, Graduate studies in Mathematics, 19, AMS, Providence, RI, 1988*

[2] D. Gilbarg, N.S. Trudinger, *Elliptic partial differential equations of second order, reprint of the 1998 edition, classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001*

[3] O. Kavian, *Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques, Mathématiques et applications (Berlin), 13, Springer-Verlag, Paris, 1993*

#### **Eléments finis (3ECTS)**

Eléments finis : Formulation variationnelle, approximation variationnelle abstraite, méthodes de Galerkin. Espaces d'éléments finis, construction et mise en œuvre, théorie de l'erreur. Exemples : problèmes aux limites elliptiques (Dirichlet, Neumann), problème de Stokes. Illustration par FreeFem++.

Approximation polynomiale : Rappels et compléments, approximation au sens de Tchebycheff, au sens des moindres carrés, interpolation polynomiale et trigonométrique, interpolation par morceaux, splines.

#### **Bibliographie**

[1] P. J. Davis, *Approximation and Interpolation, Dover publications*

[2] A. Ern et J.-L. Germond, *Théorie et pratique des éléments finis, Springer, 2004*

[3] C. Lanczos, *Linear Differential operators, Van Nostrand, 1961*

[4] A. Quarteroni, A. Valli, *Numerical Approximation of PDE, Springer*

[5] J. Stoer et R. Burlich, *Introduction to numerical analysis, 2ed., Springer, 1993*

## TRAITEMENT DES DONNEES ET CALCUL SCIENTIFIQUE

**Semestre** : 1

**Volume horaire par étudiant** :

CM : 30+15

TD : 30+15

ECTS : 9

### Méthodes numériques pour le Calcul Scientifique (6 ECTS)

Ce cours présente quelques techniques numériques et leur mise en oeuvre à l'aide de logiciels de calcul scientifique modernes. On abordera notamment les méthodes efficaces de résolution de grands systèmes linéaires et non linéaires (méthodes directes, de Krylov, préconditionnement, méthodes de type Newton). Ces méthodes seront programmées en Scilab/Python. La méthode des éléments finis sera également abordée du point de vue algorithmique: les programmes seront écrits en Scilab/Python pour les applications en 1D et FreeFem++ sera utilisé pour les applications en 2D.

#### Bibliographie

[1] F.Brezzi et M. Fortin, *Mixed and hybrid finite elements methods*, Springer 1991

[2] P. Ciarlet, *Analyse numérique matricielle et optimisation*, Masson 1983

[3] V. Girault et P.A. Raviart, *Finite elements methods for Navier-Stokes equations*, Springer 1986

[4] B. Lucquin, O. Pironneau, *Introduction au calcul scientifique*, Masson, 1996

[5] S.P. Harbison, G.L. Steele Jr., *C: A reference manual*, Prentice-Hall, 1987

[6] L. Sainsaulieu, *Calcul scientifique*, Masson

### Traitement de données (3 ECTS)

L'objectif est de donner une introduction au traitement numérique des données et de les illustrer avec le logiciel R

Introduction : les identificateurs du " big data"  
Analyse des données et apprentissage non supervisé  
Rappels (lois statistiques usuelles)  
Structures des données  
Données monodimensionnelles (analyse statistique de base)  
Données bidimensionnelles (corrélation, régression)  
Données pluridimensionnelles (Analyse en Composantes Principales)  
Construction des modèles et apprentissage supervisé / estimation de paramètres  
Rappels et compléments d'optimisation  
Régression linéaire et non linéaire  
Un algorithme d'apprentissage : l'Algorithme KNN  
Estimations de paramètres  
Test statistiques  
Filtres de Kalman  
Estimation Bayésienne

#### Bibliographie

[1] M. Asch, M. Boquet, M. Nodet, *Data Assimilation : Methods, Methods and Applications*, SIAM, *Fundamentals of Algorithms*, 2017

[2] G. Saporta, *Probabilités, Analyse de Données et Statistique*, Technip, 1990

[3] James, Witten, Hastie, Tibshirani, *Introduction to Statistical Learning with R*. Springer 2013

## **Mini-Projet**

**Semestre : 1**

**ECTS : 3**

Il s'agit d'un travail individuel encadré consistant en une introduction à un thème nouveau lié à un des cours fondamentaux du premier semestre. Cela peut prendre par exemple la forme de lecture d'un article, de sa compréhension et de sa restitution synthétique lors d'une présentation orale de la durée de 5-10 minutes.

## **Anglais Scientifique**

**Semestre : 2**

**Volume horaire par étudiant :**

**ECTS : 3**

**CM : 15**

**TD : 15**

Ce cours est mutualisé avec le Master 2 ATNA.

## **Mémoire ou Stage**

**Semestre : 2**

**ECTS : 24**

Mémoire : il s'agit d'une initiation à la recherche. Il peut s'effectuer dans un laboratoire académique, à l'UPJV ou dans une autre université, mais aussi dans une industrie.

Stage : il s'agit d'un stage à l'extérieur du laboratoire.

## SYLLABUS M2 : Cours optionnels

### Systèmes hyperboliques de lois de conservations

**Semestre : 1**

**Volume horaire par étudiant :**

CM : 15

TD : 15

**ECTS : 3**

Ce cours est consacré à l'étude théorique et numérique des systèmes hyperboliques de lois de conservations. Ce type de système d'EDP intervient dans de nombreux domaines : mécanique des fluides, trafic routier, écoulements sanguins... L'exemple typique de la dynamique des gaz sera utilisé pour illustrer les différentes notions du cours.

#### **Partie théorique**

Hyperbolicité, solutions faibles, conditions de Rankine-Hugoniot, entropie, critère de Lax.

Champs caractéristiques, différents types d'ondes, invariants de Riemann.

Résolution du problème de Riemann.

#### **Partie numérique**

Méthode des volumes finis, consistance, robustesse, stabilité.

Schéma de Godunov, schéma HLL.

Méthode de relaxation.

#### **Bibliographie**

[1] E. Godlewski et P.A. Raviart, *Numerical approximation of hyperbolic systems of conservations laws*, Springer, 1996.

[2] R.J. LeVeque, *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge, 2002.

[3] E.F. Toro, *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. A practical introduction*, Springer, 2009.

## Modélisation multi-échelles en science des matériaux

**Semestre : 1**

**Volume horaire par étudiant :**

CM : 15

TD : 15

**ECTS : 3**

Le développement de méthodes théoriques pour corrélérer les propriétés chimiques et structurales des matériaux dans les dispositifs de stockage d'énergie est d'une importance cruciale pour une interprétation cohérente des données expérimentales et pour leur optimisation.

Des modèles multi-échelles (équations aux dérivées partielles) sont présentés permettant de décrire la dynamique macroscopique à partir de la structure quantique (Density Functional Theory) en passant par la formation des différentes phases (phase field, kinetic monte-carlo).

L'objet de ce cours est d'introduire les techniques d'obtention de ces équations (modélisation), de mettre en avant les propriétés caractéristiques de ces modèles. La construction et l'étude de schémas numériques appropriés sera un autre aspect important du cours. Des mises en oeuvre numériques simples seront proposées.

Le cours s'articulera autour des points suivants :

- théorie de l'électrode poreuse
- Monte Carlo Cinétique
- Dynamique moléculaire
- méthodes de modélisation multi-échelle
- modèles des Champs de phase
- application aux batteries

### Bibliographie

[1] Sören Bartels, *Numerical Methods for Nonlinear Partial Differential Equations*, Springer Series in Computational Mathematics, 2015

[2] Alejandro A. Franco, Alexis Rucci, Daniel Brandell, Christine Frayret, Miran Gaberscek, Piotr Jankowski Patrik Johansson, *Boosting Rechargeable Batteries R&D by Multiscale Modeling: Myth or Reality?* Chem. Rev., March 12, 2019, DOI: 10.1021/acs.chemrev.8b00239

[3] H. Emmerich. *The Diffuse Interface Approach in Materials Science Thermodynamic. Concepts and Applications of Phase-Field Models. Lecture Notes in Physics Monographs*, Springer, Heidelberg, 2003.

## Modélisation aléatoire par des processus discrets

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

CM : 15

TD : 15

ECTS : 3

La modélisation du monde réel est soit déterministe soit aléatoire. Nous nous proposons d'étudier quelques modélisations aléatoires par des processus stationnaires discrets. Par exemple, la théorie de l'information et la théorie de prédiction utilisent de tels modèles. La notion d'entropie issue de la physique statistique y joue un rôle important. Ce cours présentera :

Entropie de processus stochastiques et Entropie de systèmes dynamiques;

Processus gaussiens, Théorème de Szego et Prédiction linéaire;

Théorème de Herglotz et Décomposition spectrales;

Théorèmes ergodiques de von Neumann, de Birkhoff et de Wiener-Wintner;

Formalisme thermodynamique et Opérateur de transfert.

Les notions nécessaires de probabilités/théorie de mesures seront présentées au début de cours.

### Bibliographie

[1] R. M. Gray, *Entropy and Information Theory*, Springer 2011.

[2] W. Parry, *Topics in Ergodic Theory*, Cambridge University Press, 1981.

[3] K. Petersen, *Ergodic Theory*, Cambridge University Press, 1983.

[4] K. Urbanik, *Lectures on Prediction Theory. Lecture Notes in Math.*, Springer, 1967

[5] B. Weiss, *Single Orbit Dynamics*, vol. 95 of CBMS, AMS, Providence, RI, 2000.

# **Modélisation et Résolution Numérique de Problèmes Appliqués à la Médecine & Modélisation mathématique pour les sciences du vivant**

**Semestre : 1**  
**Volume horaire par étudiant**  
CM : 15 + 15  
TD : 15 + 15  
**ECTS : 6**

## **Modélisation et Résolution Numérique de Problèmes Appliqués à la Médecine**

Equations de Maxwell

EEG : Modélisation. Résultat existence et unicité. Analyse de sensibilité. Discrétisation par éléments finis. Estimation d'erreur. Problème inverse de sources.

Modèle d'électrodes complet: Modélisation. Résultat existence et unicité. Problème inverse

## **Modélisation mathématique pour les sciences du vivant**

L'objectif est d'étudier des modèles pour des systèmes biologique.

- Construction des modèles -

De nombreuses classes de modèles mathématiques existent pour décrire un système biologique.

Nous nous intéresserons ici aux modèles en compartiments et leur formalisation sous forme de systèmes dynamiques.

1. Le principe des modèles en compartiments.
2. Les modèles de populations en interaction.
3. Les modèles de réseau de régulation cellulaire.