

Décomposition de domaine à deux niveaux pour le parallélisme à grande échelle

Les méthodes de décomposition de domaine de type Schwarz sont basées sur un processus itératif où, à chaque itération, un calcul local est effectué (simultanément dans le cas parallèle) sur chacun des sous-domaines, ceux-ci échangeant ensuite les valeurs de la grandeur recherchée obtenues aux interfaces. Des versions optimisées de ces méthodes sont obtenues en échangeant, en lieu et place des valeurs aux interfaces, une combinaison de ces valeurs et de leurs dérivées, voire même des combinaisons plus élaborées.

Qu'elles soient optimisées ou non, ces méthodes ne passent typiquement (dans le cas elliptique) pas à l'échelle lorsque le nombre de sous-domaines est important : l'information étant transférée à chaque itération entre voisins immédiats uniquement, le nombre d'itérations augmente proportionnellement au nombre de sous-domaines, et peut donc devenir prohibitif.

Pour y remédier, un deuxième niveau de maillage est introduit avec un maillage “grossier” (par rapport au maillage “fin” de calcul) couvrant l'ensemble du domaine étudié. Un calcul sur ce maillage, de coût réduit, est effectué à chaque itération, générant une correction (dite “de grille grossière”) permettant à l'information de circuler plus rapidement dans l'ensemble du domaine de calcul.

Le choix des noeuds du maillage grossier influe fortement sur la vitesse de convergence de la méthode. Nous présentons ici l'implémentation parallèle d'une méthode récemment introduite par Martin Gander et ses collaborateurs. Cette implémentation est réalisée sur base de la bibliothèque PETSc d'algèbre linéaire, et les calculs réalisés sur différentes machines des centres de calculs nationaux (IDRIS et CINES) en utilisant jusqu'à 16 384 coeurs.

Les résultats sur le problème de Laplace à deux dimensions montrent que l'emploi de méthodes optimisées à deux niveaux, utilisant cette nouvelle correction de grille grossière, génère des temps de calcul comparables à ceux obtenus en utilisant la bibliothèque multigrille HYPRE interfacée par PETSc. Ce fait est significatif en ce que les méthodes de décomposition de domaine de type Schwarz n'étaient jusqu'à présent pas considérées compétitives vis-à-vis des méthodes multigrilles.