

Exercice 1 : Graphiques en 2D

- a) Représenter sur deux graphiques différents les fonctions f_1 et f_2 sur les intervalles I donnés :

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x \sin(x) & I &= [0, 2\pi], \\ f_2(x) &= \exp(x \log(|x|) - x) & I &= [-3, 3]. \end{aligned}$$

On ajoutera des titres à chacun des graphiques.

- b) Qui oscille le plus entre $\sin(x)$ et $\sin(10x)$? Représenter sur un même graphique quelques éléments de la famille :

$$f_\lambda(x) = \sin(\lambda x), \lambda \in \mathbb{Z}.$$

Chaque courbe aura une couleur différente. On ajoutera également des légendes et une grille `plt.grid()`.

- c) Tracer un triangle rouge et un carré bleu.

Exercice 2 : Courbe paramétrée

On considère la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t)/t \\ y(t) = \sin(t)/t \end{cases} \quad \text{pour } t \in [\pi, 20\pi].$$

- a) Représenter sur un même graphique x et y qui sont deux fonctions de t .
b) Sur un autre graphique représenter la courbe paramétrée.
c) Faire une animation : montrer l'évolution de la courbe paramétrée $(\lambda \cos(t)/t, \lambda \sin(t)/t)$ pour λ variant de 0 à 1.
d) Pour ceux qui ont le temps, tracer la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x(t) = \sin(t)(\exp(\cos(t)) - 2 \cos(4t) - \sin^5(t/12)) \\ y(t) = \cos(t)(\exp(\cos(t)) - 2 \cos(4t) - \sin^5(t/12)), t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Exercice 3 : Courbe en coordonnées polaires

Soit $(O, \vec{x}, \vec{y})$, un repère orthonormé direct. En coordonnées polaires un point M est repéré par l'angle $\theta = (\vec{x}, \vec{OM})$ et par le module $\rho = |\vec{OM}|$. Avec Matplotlib on trace de telles courbes avec la commande `plt.polar`.

- a) Quelle est l'équation en coordonnées polaires du cercle de centre O et de rayon 1 ?
b) Quelle est l'équation en coordonnées polaires du cercle de centre $(a, 0)$ et de rayon a ?
c) Tracer les courbes d'équation $\rho = 3 \cos 2\theta$, $\rho = 2 \cos \theta + 1$ et $\rho = \log(\theta + 1)$ pour $\theta \in [0, 2\pi]$.

Exercice 4 : Courbes paramétrées en 3D

Représenter les courbes paramétrées données par

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t)e^{-0.05t}, \\ y(t) = \sin(t)e^{-0.05t}, \\ z(t) = t, \end{cases}$$

pour $t \in [0, 25]$, et

$$\begin{cases} x(t) = \sin(20t)(1 + t^2), \\ y(t) = \cos(20t)(1 + t^2), \\ z(t) = t, \end{cases}$$

pour $t \in [-5, 5]$.

Exercice 5 : Graphiques en 3D

Soient f et g des fonctions de deux variables définies par

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \cos(x^2 + y^2), \\ g(x, y) &= \cos(x^2 + y^2)e^{-x^2}, \end{aligned}$$

pour tout $(x, y) \in [-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$.

- a) Représenter les surfaces définies par f et g sur $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$.
- b) Sur une autre figure représenter les courbes de niveau de ces surfaces (*contour2d*).

Exercice 6 : Vecteurs normaux et tangents

- a) Tracer la courbe représentative de $x \rightarrow \sin(3x)$ sur l'intervalle $[0, \pi]$.
- b) Tracer en plusieurs points le vecteur tangent à la courbe.
- c) Tracer en plusieurs points le vecteur normal à la courbe.
- d) Utiliser la commande `plt.subplot` pour représenter sur un graphique les tangentes et sur l'autre les normales.