On s'intéresse ici à la résolution du système $AX = b$ où A est une matrice $n \times n$ inversible et b un vecteur de $\mathbb{R}^n$. On pourra tester les programmes sur la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Exercice 1 : Méthode de Jacobi

a) Se familiariser avec les fonctions Matlab *triu* et *tril*.

b) Ecrire une fonction *Jac(A,b)* qui calcule les 10 premiers itérés de la méthode de Jacobi appliquée à la résolution de $AX = b$.

c) Trouver un critère d'arrêt pour l'algorithme et remplacer la boucle *for* par un *while*.

d) Tracer le logarithme du résidu en fonction de k.

Exercice 2 : Méthode de Gauss-Seidel

a) Reprendre les questions précédentes pour la méthode de Gauss-Seidel.

b) Comparer les performances de ces deux méthodes.

Exercice 3 : Méthode de Relaxation

a) Reprendre les questions précédentes pour la méthode de relaxation.

b) Tracer le nombre d'itérations nécessaires à la convergence en fonction du paramètre de relaxation ω. Conclure.