

## Etude préparatoire au TP 6

### Exercice 1 : Image d'un point par une symétrie axiale

On considère la droite  $(d)$  d'équation :  $y = ax + b$  où  $a$  et  $b$  sont des réels connus. Soit  $M_0$  le point de coordonnées  $(x_0, y_0)$ .

- a) Calculer les coordonnées de  $H$ , le projeté orthogonal de  $M_0$  sur  $(d)$ .
- b) Calculer les coordonnées de  $M_1$ , le symétrique de  $M_0$  par rapport à  $(d)$ .
- c) Trouver la matrice  $R$  et le vecteur  $P$  tels que les coordonnées de  $M_1$  vérifient  $X_1 = RX_0 + P$  où  $X_0 = (x_0, y_0)^t$  et  $X_1 = (x_1, y_1)^t$  avec  $(x_1, y_1)$  les coordonnées de  $M_1$ .

### Exercice 2 : Image d'un polygone par une similitude

- a) Soit  $M$  un point du plan de coordonnées  $(x_M, y_M)$ . Calculer les coordonnées de  $M'$ , l'image de  $M$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $\theta$  (voir la Fig. 1) en fonction de  $x_M$  et  $y_M$ . On pourra dans un premier temps exprimer  $x_M$  et  $y_M$  en fonction de  $\cos(\theta_M)$  et  $\sin(\theta_M)$ .
- b) Calculer la matrice de rotation  $R$  qui permet d'obtenir les coordonnées de  $M'$  en fonction des coordonnées de  $M$ .
- c) Mêmes questions quand  $M'$  est l'image de  $M$  par la similitude de centre  $O$ , d'angle  $\theta$  et de rapport  $k$  (rappel : une similitude est une composée d'une rotation de centre  $O$  et d'angle  $\theta$  et d'une hométhétie de centre  $O$  et de rapport  $k$ ).

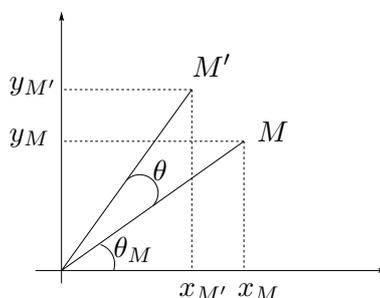


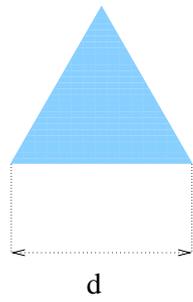
FIGURE 1 –

### Exercice 3 : Etude d'un objet fractal

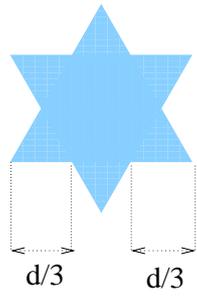
On considère la suite de polygones obtenus de la manière suivante :

Le premier triangle est équilatéral et on passe d'une étape à la suivante en ajoutant des petits triangles équilatéraux comme indiqué sur la figure.

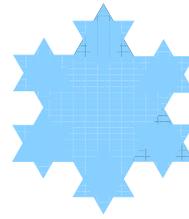
- a) Calculer  $b_n$ , le nombre de côtés du polygone à l'étape  $n$ , ainsi que  $l_n$ , la longueur d'un côté.
- b) Calculer  $P_n$  le périmètre du polygone à l'étape  $n$ . Quelle est la limite de  $P_n$  quand  $n$  tend vers l'infini ?



Etape 1



Etape 2



Etape 3

...

etc...

c) Calculer  $a_n$  l'aire du polygone à l'étape  $n$ . Quelle est la limite de  $a_n$  quand  $n$  tend vers l'infini ?