

Algèbre de Hecke de type A :

Unitarité et actions galoisiennes

Ivan Marin

[http://www.maths.univ-evry.fr/pages_perso/marin/
articles.html](http://www.maths.univ-evry.fr/pages_perso/marin/articles.html)

Convention : tous les corps sont commutatifs
et de caractéristique 0.

$$K\mathfrak{S}_n = KB_n/(\sigma_1^2 - 1)$$

$q \in K$ transcendant sur $\mathbb{Q}$.

$$H_n(q) = KB_n/(\sigma_1 - q)(\sigma_1 + q^{-1})$$

Théorème. (Tits) $H_n(q) \simeq K\mathfrak{S}_n$

$$R : B_n \rightarrow GL_N(K)$$

$$(R(\sigma_1) - q)(R(\sigma_1) + q^{-1}) = 0$$

$$\Leftrightarrow R : \begin{array}{ccc} B_n & \xrightarrow{\quad} & GL_N(K) \\ & \searrow & \nearrow \\ & H_n(q) & \end{array}$$

$$L \vdash n$$

T tableau de forme L

$$\text{Exemple : } L = [3, 2], \quad T = \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & \\ \hline 4 & 2 \\ \hline 1 & 5 \\ \hline \end{array}$$

$$s \in \mathfrak{S}_n : T \mapsto s(T)$$

$$\text{Exemple : } (4 \ 5) \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & \\ \hline 4 & 2 \\ \hline 1 & 5 \\ \hline \end{array} \right) = \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & \\ \hline 5 & 2 \\ \hline 1 & 4 \\ \hline \end{array}$$

T est dit standard s'il croît suivant les lignes et les colonnes.

$S_L = \mathbb{k}$ -espace vectoriel de base les tableaux standard de forme L .

Éléments de Jucys-Murphy :

$$J_r = (1 \ r) + (2 \ r) + \dots + (r-1 \ r) \in \mathbb{k}\mathfrak{S}_n$$

$$\boxed{J_r J_{r'} = J_{r'} J_r}$$

$$L = [3, 2]$$

$$e_1 = \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & \\ \hline 2 & 5 \\ \hline 1 & 4 \\ \hline \end{array} \quad e_2 = \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & \\ \hline 2 & 5 \\ \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array} \quad e_3 = \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$e_4 = \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & \\ \hline 3 & 5 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \quad e_5 = \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & \\ \hline 3 & 4 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$(1 \ 2)_L = \text{diag}(1, 1, 1, -1, -1)$$

$$(4 \ 5)_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_2 \end{pmatrix}$$

$$M_d^s = \frac{1}{d} \begin{pmatrix} -1 & d-1 \\ d+1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_d^o = \frac{1}{d} \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{d^2-1} \\ \sqrt{d^2-1} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a } J_r e_i = \mu_{r,i} e_i, \quad \mu_{r,i} \in \mathbb{k}.$$

$$(\text{Jucys}) \quad \{\mu_{r,i} | 2 \leq r \leq n\} \text{ d\'etermine } L \text{ et } e_i.$$

Tresses infinitésimales pures

La $\mathbb{k}$ -algèbre de Lie des tresses infinitésimales pures $\mathcal{T}_n(\mathbb{k})$, est définie par générateurs t_{ij} , $1 \leq i, j \leq n$ et relations

$$\begin{cases} t_{ij} = t_{ji} & t_{ii} = 0 \\ [t_{ij}, t_{kl}] = 0 & \#\{i, j, k, l\} = 4 \\ [t_{ij}, t_{ik} + t_{kj}] = 0 \end{cases}$$

On a une action de $\mathfrak{S}_n$ donnée par

$$s.t_{ij} = t_{s(i)s(j)}$$

L'algèbre des tresses infinitésimales

$$\mathfrak{B}_n(\mathbb{k}) = \mathbb{k}\mathfrak{S}_n \ltimes \mathcal{UT}_n(\mathbb{k})$$

est graduée par $\deg t_{ij} = 1$, $\deg(s) = 0$.

$$Y_r = t_{1r} + t_{2r} + \dots + t_{r-1,r} \in \mathcal{T}_n(\mathbb{k})$$

$$[Y_r, Y_s] = 0$$

Associateurs de Drinfeld

Drinfeld a défini, pour tout corps $\mathbb{k}$ et tout $\lambda \in \mathbb{k}$, l'ensemble $\text{Ass}_\lambda(\mathbb{k})$ des séries formelles Φ en deux variables non commutatives x and y , qui satisfont

$$\Delta(\Phi) = \Phi \hat{\otimes} \Phi \quad (1)$$

$$\Phi(y, x) = \Phi(x, y)^{-1} \quad (2)$$

$$e^{\lambda x/2} \Phi(z, x) e^{\lambda z/2} \Phi(y, z) e^{\lambda y/2} \Phi(x, y) = 1 \quad (3)$$

$$[\dots] \quad (4)$$

où $z = -x - y$.

On sait construire explicitement $\Phi_{KZ} \in \text{Ass}_1(\mathbb{C})$,
 $\overline{\Phi}_{KZ}(x, y) = \Phi_{KZ}(-x, -y) \in \text{Ass}_1(\mathbb{C})$

Théo. (Drinfeld) $\text{Ass}_1^0(\mathbb{Q}) \neq \emptyset$.

Un associateur de Drinfeld *pair* est un $\Phi \in \text{Ass}_\lambda(\mathbb{k})$ tel que

$$\Phi(-x, -y) = \Phi(x, y)$$

Morphismes de Drinfeld

Notations :

$$s_r = (r \ r+1) \in \mathfrak{S}_n$$

$$\delta_r = \sigma_{r-1} \dots \sigma_2 \sigma_1^2 \sigma_2 \dots \sigma_{r-1} \in B_n$$

$$Y_r = t_{1,r} + t_{2,r} + \dots + t_{r-1,r} \in \mathcal{T}_n(\mathbb{k})$$

Morphisme :

$$\widetilde{\Phi} : B_n \rightarrow \widehat{\mathfrak{B}}_n(\mathbb{k}) = \mathbb{k}\mathfrak{S}_n \ltimes \widehat{\mathcal{UT}}_n(\mathbb{k})$$

$$\sigma_1 \mapsto s_1 e^{\lambda t_{12}/2}$$

$$\sigma_r \mapsto \Phi(t_{r,r+1}, Y_r) s_r e^{\frac{\lambda t_{r,r+1}}{2}} \Phi(Y_r, t_{r,r+1})$$

$$\delta_r \mapsto e^{\lambda Y_r}$$

$$\sigma_2 \mapsto \Phi(t_{23}, t_{12}) s_2 e^{\lambda t_{23}/2} \Phi(t_{12}, t_{23})$$

Remarque : ni $\widetilde{\Phi}(\sigma_1)$ ni $\widetilde{\Phi}(\delta_r)$ ne dépendent du choix de $\Phi \in \mathbb{A}\mathbb{S}\mathbb{S}_\lambda(\mathbb{k})$.

Foncteurs

Soient $A = \mathbb{k}[[h]]$, $K = \mathbb{k}(\overline{(h)})$. Tout $\rho : \mathfrak{B}_n(\mathbb{k}) \rightarrow M_N(\mathbb{k})$ s'étend en $\bar{\rho} : \mathfrak{B}_n(\mathbb{k}) \rightarrow M_N(A)$ par $\bar{\rho}(t_{ij}) = h\rho(t_{ij})$. Si $\Phi \in \text{Ass}_\lambda(\mathbb{k})$, on définit

$$\widehat{\Phi}(\rho) = \bar{\rho} \circ \widetilde{\Phi}|_{B_n} : B_n \rightarrow GL_N(A)$$

Théorème. Si $\lambda \neq 0$,

$$\widehat{\Phi} : \text{Rep}_{\mathbb{k}} \mathfrak{B}_n \rightarrow \text{Rep}_A B_n$$

est un foncteur « pleinement fidèle », qui commute à $\oplus$, $\otimes$, dual. Il préserve l'indécomposabilité, l'irréductibilité et l'absolue irréductibilité. De plus, si ρ est « unitaire », $\widehat{\Phi}(\rho)$ est « unitaire ».

$$\text{Hom}(\widehat{\Phi}(\rho_1), \widehat{\Phi}(\rho_2)) = \text{Hom}(\rho_1, \rho_2) \otimes A$$

« unitaires » pour $\rho : \rho(\mathfrak{S}_n) \subset O_N(\mathbb{k})$ et ${}^t\rho(t_{12}) = \rho(t_{12})$

« unitaires » pour $R = \widehat{\Phi}(\rho) :$

$$R(B_n) \subset U_N^\epsilon(K) = \{x \in GL_N(K) \mid x^{-1} = {}^t \epsilon(x)\}$$

$$\epsilon : f(h) \mapsto f(-h)$$

Représentations de $H_n(q)$

Soit L une partition de n et S_L le $\mathbb{k}\mathfrak{S}_n$ -module simple correspondant. Il s'étend en $\rho : \mathfrak{B}_n(\mathbb{k}) \rightarrow \text{End}_{\mathbb{k}}(S_L)$ par $\rho(t_{ij}) = 2(i \ j)_L$.

Si $\Phi \in \text{Ass}_{\lambda}(\mathbb{k})$, $\widehat{\Phi}(\rho)$ se factorise par $H_n(q)$, $q = \exp \lambda h$, car $\widehat{\Phi}(\rho)(\sigma_1) = \rho(s_1) \exp(\lambda h \rho(t_{12})/2)$.

Si $\Phi \in \text{Ass}_{\lambda}(\mathbb{R})$ et S_L est donné par le modèle orthogonal, $\widehat{\Phi}(\rho)$ est unitaire pour h imaginaire pur suffisamment petit.

Si de plus Φ est pair, alors $\widehat{\Phi}(\rho)(\sigma_r)$ est également symétrique.

Comme $\widehat{\Phi}(\rho)(\delta_r) = \exp(\lambda h \rho(Y_r))$ et que $\rho(Y_r) = 2(J_r)_L$, on a

$$\forall \Phi, \Phi' \in \text{Ass}_{\lambda}(\mathbb{k}) \quad \widehat{\Phi}(\rho) \simeq \widehat{\Phi}'(\rho)$$

$$\lambda = [3, 2], \Phi \in \mathbb{A}ss_1(\mathbb{k}), q = e^{\lambda h}$$

$$e_1 = \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & \\ \hline 2 & 5 \\ \hline 1 & 4 \\ \hline \end{array} \qquad e_2 = \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & \\ \hline 2 & 5 \\ \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array} \qquad e_3 = \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$e_4 = \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & \\ \hline 3 & 5 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \qquad e_5 = \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & \\ \hline 3 & 4 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\sigma_1 \mapsto \text{diag}(q, q, q, -q^{-1}, -q^{-1})$$

$$\sigma_4 \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2(\Phi) & 0 \\ 0 & 0 & M_2(\Phi) \end{pmatrix}$$

$$M_d(\Phi) = \Phi(2hM_d, hD)M_dexp(hM_d)\Phi(hD, 2hM_d)$$

$$\text{avec } D = \text{diag}(d, -d).$$

$$\text{Si } J_re_i = \mu_{r,i}e_i, \; \delta_re_i = \exp(2\mu_{r,i}h)e_i.$$

$$M_d(\Phi) = \left(\begin{array}{cc} a_d & b_d(\Phi) \\ (1+a_da'_d)/b_d(\Phi) & a'_d \end{array} \right)$$

Calculs

On sait calculer :

- $b_d(\Phi_{KZ}) \in \mathbb{C}(q)$ (J. González-Lorca)
- $b_d(\overline{\Phi}_{KZ}) \in \mathbb{C}(q)$ (même méthode)

En particulier, le quotient des deux vaut

$$\exp \left(-2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\zeta(2n+1)}{2n+1} 2^{2n+1} \hbar^{2n+1} Q_n(d) \right)$$

avec $Q_n(d) = (d+1)^{2n+1} + (d-1)^{2n+1} - 2d^{2n+1}$
et $\hbar = h/(2i\pi)$.

- $b_d(\Phi_0)$ pour $\Phi_0 \in \text{Ass}_1^0(\mathbb{k})$.

En effet, $b_d^s(\Phi_0)$ se déduit de $b_d^o(\Phi_0)$. De plus, dans le modèle orthogonal, ρ est unitaire, donc $\widehat{\Phi}_0(\rho)(\sigma_r)$ est unitaire, mais aussi symétrique car Φ_0 est pair.

$$\Rightarrow b_d^o(\Phi_0)^2 = 1 + a_d a'_d$$

Modèle unitaire

$$a_d = \frac{1 - q^2}{q(q^{2d} - 1)} \quad a'_d = \frac{q^{2d-1}(q^2 - 1)}{q^{2d} - 1}$$

Notant $[d]_q = \frac{q^d - q^{-d}}{q - q^{-1}}$ on obtient

$$b_d^o(\Phi) = \sqrt{[d+1]_q[d-1]_q/[d]_q}$$

et finalement $M_d^o(\Phi_0)$ vaut

$$\frac{1}{[d]_q} \begin{pmatrix} -q^{-d} & \sqrt{[d+1]_q[d-1]_q} \\ \sqrt{[d+1]_q[d-1]_q} & q^d \end{pmatrix}$$

→ représentations unitaires pour $|q| = 1$ proche de 1.

Groupe de Grothendieck-Teichmüller

$$C^0 P_n = P_n, C^1 P_n = [P_n, P_n], C^{r+1} P_n = [P_n, C^r P_n].$$

$$P_n(\mathbb{k}) = \lim P_n / C^r P_n \otimes \mathbb{k} \text{ pour } r \geq 1.$$

$$B_n(\mathbb{k}) = (B_n \rtimes P_n(\mathbb{k})) / \sigma \cdot \sigma^{-1}, \sigma \in P_n \subset P_n(\mathbb{k})$$

$GT(\mathbb{k})$ est un groupe pro-algébrique sur $\mathbb{k}$ qui agit (à droite) sur $B_n(\mathbb{k})$,

$$\pi : GT(\mathbb{k}) \rightarrow \mathbb{k}^\times, \text{ Ker } \pi = GT_1(\mathbb{k})$$

$$GT(\mathbb{k}) = GT_1(\mathbb{k}) \rtimes \mathbb{k}^\times$$

Groupe de Galois absolu

$$\text{Gal}(\bar{\mathbb{Q}}|\mathbb{Q}) \hookrightarrow \widehat{GT} \rightarrow GT_l \hookrightarrow GT(\mathbb{Q}_l)$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & \longrightarrow & \text{Gal}(\bar{\mathbb{Q}}|\mathbb{Q}(\mu_{l^\infty})) & \longrightarrow & \text{Gal}(\bar{\mathbb{Q}}|\mathbb{Q}) & \longrightarrow & \mathbb{Z}_l^\times \longrightarrow 1 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1 & \longrightarrow & GT_1(\mathbb{Q}_l) & \longrightarrow & GT(\mathbb{Q}_l) & \longrightarrow & \mathbb{Q}_l^\times \longrightarrow 1 \end{array}$$

Représentations GT-rigides

$A = \mathbb{k}[[h]]$, $K = \mathbb{k}((h))$ que l'on munit de l'action de $\alpha \in \mathbb{k}^\times$ sur $f(h)$ par $(f.\alpha)(h) = f(\alpha h)$.

La représentation

$$R = \widehat{\Phi}(\rho) : B_n \rightarrow GL_N(A)$$

associée à $\rho : \mathfrak{B}_n(\mathbb{k}) \rightarrow M_N(\mathbb{k})$ et $\Phi \in \text{Ass}_1(\mathbb{k})$ se prolonge en

$$R : B_n(\mathbb{k}) \rightarrow GL_N(A)$$

On peut donc définir $g.R$ pour $g \in GT_1(\mathbb{k})$.

Définition. R est dite GT-rigide si elle est absolument irréductible et, pour tout $g \in GT(\mathbb{k})$,

$$g.R \simeq R.\pi(g)$$

Alors, il existe $Q \in Z^1(GT(\mathbb{k}), PGL_N(K))$ tel que

$$(g.R)(\sigma) = Q(g)^{-1}(R(\sigma).\pi(g))Q(g)$$

On en déduit un morphisme $GT_1(\mathbb{k}) \rightarrow PGL_N(K)$.

Action de $GT(\mathbb{k})$ sur les associateurs

$$B_n(\mathbb{k}) \wr GT(\mathbb{k})$$

$$\text{Ass}(\mathbb{k}) \subset \text{Hom}(B_n(\mathbb{k}), (\widehat{\mathfrak{B}_n(\mathbb{k})})^\times)$$

$$GT(\mathbb{k}) \wr \text{Hom}(B_n(\mathbb{k}), (\widehat{\mathfrak{B}_n(\mathbb{k})})^\times)$$

$GT_1(\mathbb{k})$ laisse stable $\text{Ass}_\lambda(\mathbb{k})$ pour tout $\lambda \in \mathbb{k}$.

Si $R = \widehat{\Phi}(\rho)$ et $g \in GT_1(\mathbb{k})$,

$$g.R = \widehat{(g.\Phi)}(\rho)$$

En particulier, si $\overline{\Phi}_{KZ}(x, y) = \Phi_{KZ}(-x, -y)$ et $\overline{\Phi}_{KZ} = g.\Phi_{KZ}$,

$$\widehat{\overline{\Phi}}_{KZ}(\rho) = Q(g)^{-1} \widehat{\Phi}_{KZ}(\rho) Q(g)$$

Représentations agrégeantes

Définition. Une représentation $\rho : \mathfrak{B}_n(\mathbb{k}) \rightarrow M_N(\mathbb{k})$ est dite agrégeante si $\rho(Y_2), \dots, \rho(Y_n)$ engendrent les matrices diagonales.

Si $R = \widehat{\Phi}(\rho)$, $R(\delta_2), \dots, R(\delta_n)$ engendrent les matrices diagonales de $M_N(K)$.

Si R est GT-rigide, $Q_R(g)$ commute aux matrices diagonales, donc ne dépend pas de Φ et se décompose en caractères linéaires

$$\chi : GT_1(\mathbb{k}) \rightarrow A_1 \subset K^\times$$

où $A_1 = 1 + hA = \exp hA$. Si ρ est unitaire, $\widehat{\Phi}(\rho)(B_n) \subset U_N^\epsilon(K)$ donc $\log \chi(g)$ est une série formelle *impaire*.

Actions galoisiennes sur $H_n(q)$

Les représentations irréductibles de $H_n(q)$ sont GT-rigides et proviennent de représentations agrégeantes ρ de $\mathfrak{B}_n$.

Soient $\Psi, \Phi \in \text{Ass}_1(\mathbb{k})$, $\Psi = g.\Phi$ pour $g \in GT_1(\mathbb{k})$,

$$\widehat{\Psi}(\rho) = Q(g)\widehat{\Phi}(\rho)Q(g)^{-1}$$

et $Q(g) = \text{diag}(\omega_1, \dots, \omega_N)(g)$ où les ω_i sont des monômes en les $\chi_2, \dots, \chi_n$

$$\chi_d : GT_1(\mathbb{k}) \rightarrow \exp(hA) \quad \chi_d(g) = \frac{b_d(g.\Phi)}{b_d(\Phi)}$$

Théorème. Les $\chi_2, \dots, \chi_n$ sont algébriquement indépendants.

Si T est standard,

$$\omega_T(g) = \prod_{\substack{i < j \\ c_i(T) > c_j(T)}} \chi_{d_T(i,j)}(g).$$

Actions galoisiennes à l'ordre 5

Pour tous $a, b \in \mathbb{k}$ il existe $g \in GT_1(\mathbb{k})$ t.q.

$$\chi_d(g) = 1 - 16adh^3 - 128db(1 + 2d^2)h^5 + \dots$$

et inversement tout $\chi_d(g)$ est de cette forme pour certains $a, b \in \mathbb{k}$ dépendant de g .

Pour $\mathbb{k} = \mathbb{Q}_l$, $g \in \text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}|\mathbb{Q}(\mu_{l^\infty}))$, $a = \kappa_3^*(g)/2$, $b = \kappa_5^*(g)/48$, où $\kappa_m(g) = \kappa_m^*(g)(l^{m-1} - 1)$ sont les caractères de Soulé :

Si $\zeta_n = \exp(2i\pi/n)$, $\sigma \in \text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}|\mathbb{Q}(\mu_{l^\infty}))$,

$$\sigma(\epsilon_{m,n}^{\frac{1}{l^m}}) = \sigma(\epsilon_{m,n})^{\frac{1}{l^m}} \zeta_n^{\kappa_m(\sigma)}$$

avec

$$\epsilon_{m,n} = \prod_a (\zeta_n^a - 1)^{[a^{m-1}]}$$

Annexes

Classes de cohomologie

On a construit des cocycles

$$\chi_d \in Z^1(GT(\mathbb{k}), A_1), \quad A_1 = 1 + hA$$

Comme $\chi_d(GT_1(\mathbb{k})) \neq \{1\}$, la classe de χ_d dans $H^1(GT(\mathbb{k}), A_1)$ est non nulle.

$\psi_d = \log \chi_d : GT(\mathbb{k}) \rightarrow A_0, \quad A_0 = hA$. On en déduit des représentations $\rho_d : GT(\mathbb{k}) \rightarrow GL_2(A)$

$$g \mapsto \begin{pmatrix} \pi(g) & \psi_d(g) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Remarque. La suite d'inflation-restriction donne

$$0 \rightarrow H^1(\mathbb{k}^\times, A_1) \rightarrow H^1(GT(\mathbb{k}), A_1) \rightarrow H^1(GT_1(\mathbb{k}), A_1)$$

et

$$H^1(\mathbb{k}^\times, A_1) \simeq H^1(\mathbb{k}^\times, A_0) = \prod_{m \geq 1} H^1(\mathbb{k}^\times, \mathbb{k}_m) = 0$$

où $\mathbb{k}_m$ désigne $\mathbb{k}$ muni de l'action de $\alpha \in \mathbb{k}^\times$ par $x \mapsto \alpha^m x$,

d'où $H^1(GT(\mathbb{k}), A_1) \subset \text{Hom}(GT_1(\mathbb{k}), A_1)$.

Autre exemple

Soit R la représentation de B_3 définie par $R(\sigma_1) = \text{diag}(A, B, C)$ et $R(\sigma_2) =$

$$\begin{pmatrix} \frac{(B+C)BC}{(A-B)(A-C)} & \frac{C(AC+B^2)}{(A-B)(A-C)} & \frac{B(AB+C^2)}{(A-B)(A-C)} \\ \frac{C(BC+A^2)}{(B-A)(B-C)} & \frac{(A+C)AC}{(B-A)(B-C)} & \frac{A(AB+C^2)}{(B-A)(B-C)} \\ \frac{B(BC+A^2)}{(C-A)(C-B)} & \frac{A(AC+B^2)}{(C-A)(C-B)} & \frac{(A+B)AB}{(C-A)(C-B)} \end{pmatrix}$$

Elle est GT-rigide et agrégeante. Avec $A = -1$, $B = \exp h(3 + v)/2$, $C = \exp h(3 - v)/2$, on obtient deux caractères $\xi_2(g) =$

$$1 - \frac{1}{8}av(v^2 - 9)h^3 - \frac{9}{64}v(v^2 - 9)(v^2 + 7)bh^5 + \dots$$

et

$$\xi_3(g) = 1 + \frac{1}{16}a(v + 9)(v^2 - 9)h^3$$

$$+ \frac{9}{128}(v + 5)(v^2 - 9)(v^2 - 4v + 27)b(v^2 + 7)h^5 + \dots$$