

Licence mention Mathématiques - Semestre 3
Statistique
Partiel du mercredi 19 octobre 2016
Durée 2h00
Tout document interdit - Calculatrices autorisées

Exercice 1

1) Question de cours.

Dans une population donnée, on considère un caractère qualitatif à deux modalités A et B, représenté par une variable aléatoire X de loi de Bernoulli de paramètre p , où p est la proportion d'individus ayant la modalité A dans la population, avec $p \in]0; 1[$. On considère un échantillon $(X_1, \dots, X_n)$ de taille n de X , où n est un entier

naturel tel que $np \geq 10$ et $n(1 - p) \geq 10$. On désigne par $F = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ la fréquence d'échantillon. Soit $\alpha \in]0; 1[$.

a) On suppose dans cette question que p est connu. Déterminer, en détaillant les calculs, un intervalle de fluctuation de F (autour de p) au niveau $1 - \alpha$. Expliquer ce que signifie le résultat obtenu.

b) On suppose dans cette question que p est inconnu. Déterminer, en détaillant les calculs, un intervalle de confiance de p au niveau $1 - \alpha$. Expliquer ce que signifie le résultat obtenu.

Souhaitant anticiper le fait que certaines personnes réservent une place mais ne se présentent pas à l'embarquement le jour du vol, une compagnie aérienne souhaite vendre un nombre de billets supérieur à la capacité d'embarquement de ses appareils ; autrement dit, elle souhaite pratiquer le surbooking.

2) La compagnie aérienne a mené une étude statistique sur un vol régulier pendant plusieurs semaines. Sur 5000 personnes ayant réservé une place, seules 4890 se sont présentées à l'embarquement.

a) Donner un intervalle de confiance au niveau 95% de la proportion de personnes ayant réservé une place qui se présentent à l'embarquement.

b) Effectuer un test statistique au risque 5% pour répondre à la question suivante : la compagnie peut-elle considérer que cette proportion est égale à 0,98 ?

c) Le résultat du test était-il prévisible à partir de la réponse à la question 2) a) ? Justifier la réponse.

3) La compagnie assure ce vol régulier avec un appareil comportant $N = 500$ places. On suppose qu'une proportion $p = 0,98$ des personnes ayant réservé une place se présente à l'embarquement, et que les personnes se présentent à l'embarquement indépendamment les unes des autres.

On suppose que pour un vol donné, n personnes ont réservé une place, n désignant un entier naturel tel que $np \geq 10$ et $n(1 - p) \geq 10$. On désigne par X la variable aléatoire qui représente le nombre de passagers se présentant à l'embarquement.

Afin de limiter le risque que trop de personnes se présentent à l'embarquement le jour du vol (problème lié au surbooking), la compagnie propose de déterminer le nombre maximum de réservations assurant que toutes les personnes puissent embarquer avec une probabilité au moins égale à 0,95.

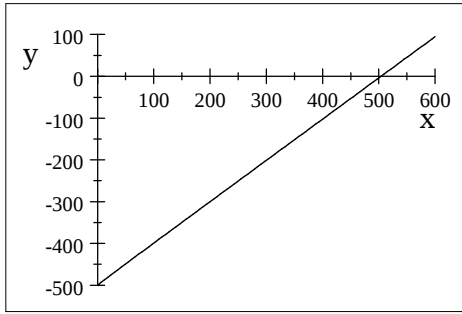
a) Quelle est la loi de probabilité de X ? Justifier la réponse.

b) Calculer $P(X \leq 500)$ dans le cas $n = 501$; arrondir à 10^{-5} près. Interpréter ce résultat.

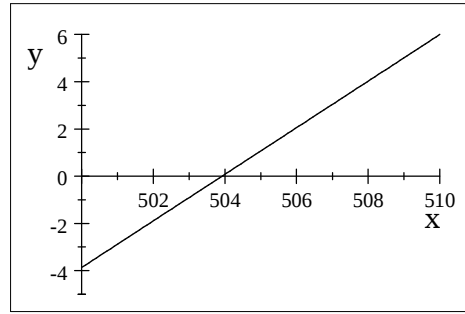
c) Donner, en fonction de n , un intervalle de fluctuation asymptotique à 95% de la fréquence F de personnes ayant réservé une place se présentant à l'embarquement. En déduire une première condition sur n pour que toutes les personnes puissent embarquer avec une probabilité au moins égale à 0,95.

d) A l'aide de la loi approchée de F , déterminer une deuxième condition sur n pour que $P(X \leq 500) \geq 0,95$.

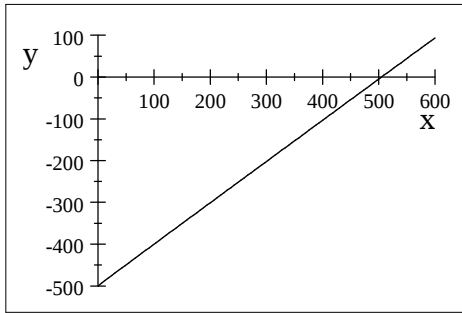
e) On donne ci-après la représentation graphique des deux fonctions définies par $f(x) = 0,98x + 0,2744\sqrt{x} - 500$ et $g(x) = 0,98x + 0,2303\sqrt{x} - 500$, d'abord pour $x \in [0; 600]$, puis pour $x \in [500; 510]$.



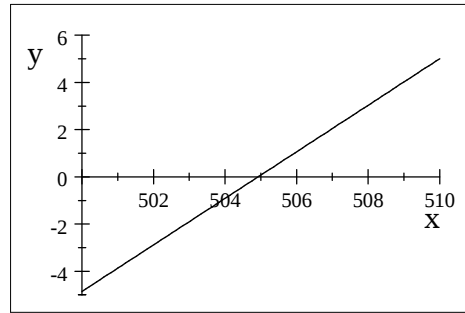
$$f(x) = 0,98x + 0,2744\sqrt{x} - 500$$



$$f(x) = 0,98x + 0,2744\sqrt{x} - 500$$



$$g(x) = 0,98x + 0,2303\sqrt{x} - 500$$



$$g(x) = 0,98x + 0,2303\sqrt{x} - 500$$

Utiliser ces graphiques et les résultats des questions 3) c) et d) pour déterminer le nombre maximum des réservations assurant que toutes les personnes puissent embarquer avec une probabilité au moins égale à 0,95.

f) Après quelques semaines de mise en pratique de sa politique de surbooking avec $n = 504$, la compagnie fait un premier bilan : sur 200 vols effectués, un seul a dû gérer l'arrivée d'un passager de trop. Cette observation est-elle en accord avec les choix effectués ci-dessus ?

4) La compagnie a demandé des statistiques afin d'améliorer la sûreté au décollage et définir un poids limite pour les bagages.

Pour l'estimation du poids des voyageurs et du poids des bagages, un échantillon de 30 passagers a été constitué. S'agissant du poids des passagers, on a obtenu une moyenne de 67 kg et un écart-type corrigé de 7 kg.

a) Peut-on considérer, au risque 5%, que le poids moyen d'un passager est inférieur à 70 kg ? Justifier la réponse.

b) Peut-on considérer, au risque 5%, que l'écart-type du poids d'un passager est égal à 8 kg ? Justifier la réponse.

Pour la suite, on considère que le poids d'un passager est une variable aléatoire Y de loi normale de moyenne 70 kg et d'écart-type 8 kg.

Une étude analogue a été menée sur le poids des bagages. Avec un poids maximum autorisé est de 20 kg, on suppose que le poids d'un bagage est une variable aléatoire Z de loi normale de moyenne 15 kg et d'écart-type 5 kg.

La capacité d'un avion est de 300 passagers. On considère donc un échantillon de $n = 300$ passagers ayant chacun un bagage ; ce qui donne un échantillon $(Y_1, \dots, Y_n)$ de Y et un échantillon $(Z_1, \dots, Z_n)$. On suppose que les variables aléatoires Y_i et Z_i sont indépendantes.

Le poids total des passagers et bagages est ainsi donné par $T = \sum_{i=1}^n (Y_i + Z_i)$.

c) Calculer l'espérance mathématique et la variance de T . En déduire, en justifiant, que T suit approximativement la loi normale de moyenne 25500 et d'écart-type $\sqrt{26700}$.

d) L'avion pèse à vide 250 tonnes. Le décollage est interdit si le poids total (avion + passagers + bagages) dépasse 275,98 tonnes. Calculer la probabilité que le décollage soit interdit.

Exercice 2

On a mesuré les ventes de 13 variétés de fromage et obtenu les résultats suivants :

Fromage	Série 1	Série 2
Mimolette	34	24
Comté	56	55
Saint-Marcelin	78	76
Gruyère	90	82
Roquefort	121	100
Brie	165	154
Sainte-Maure	188	170
Camembert	213	199
Gouda	200	180
Bleu d'Auvergne	160	155
Emmental	113	113
Saint Nectaire	50	45
Coulommiers	2	0
Moyenne	113,08	104,08
Variance corrigée	4642,08	4060,08

1) On considère d'abord que ces données correspondent aux ventes dans deux hypermarchés différents d'Amiens : série 1 correspondant aux ventes d'une journée chez AUCLERC, série 2 correspondant aux ventes d'une journée chez LECHAN.

Peut-on considérer, au risque 5%, que les ventes de fromage chez AUCLERC sont plus élevées que celles chez LECHAN ? Pour répondre à cette question, on effectuera un (des) test(s) statistique(s) en précisant les éventuelles hypothèses à faire sur la(es) variable(s) étudiée(s).

2) On considère maintenant que ces données correspondent aux ventes dans l'hypermarché AUCLERC sur deux jours différents : série 1 pour un lundi, série 2 pour un mardi.

Quelle différence y a-t-il avec la situation du 1) ? Peut-on considérer, au risque 5%, que les ventes de fromage chez AUCLERC sont plus élevées le lundi que le mardi ?

3) Comparer les deux résultats.

Exercice 3

Un chercheur en psychologie pense que les personnes ayant une faible estime d'eux-mêmes auront tendance à éviter les situations qui attireront l'attention sur elles.

Un échantillon aléatoire de 72 personnes est sélectionné. Chaque personne est soumise à un test standardisé qui mesure l'estime de soi en la définissant comme haute, moyenne ou faible. Les sujets sont ensuite placés dans une situation dans laquelle ils doivent choisir entre une tâche qui devra être effectuée devant les autres et une tâche qui devra être effectuée par la personne seule. Le chercheur note le choix de chacun des sujets. Il a obtenu les résultats suivants :

Estime \ Tâche	En public	Sans public
Faible	4	16
Moyenne	14	14
Haute	18	6

Effectuer un test statistique au risque 5% pour répondre à la question suivante : peut-on considérer qu'il y a un lien entre l'estime de soi et le choix de la tâche ?

Formulaire de Statistique Inférentielle

1) Estimateurs

Paramètre	Estimateur	Statistique et sa loi
μ	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}} : \begin{cases} \text{Student à } n - 1 \text{ d.d.l.} \\ \text{si échantillon gaussien} \end{cases}$
σ^2	$S_c^2 = \frac{n}{n-1} S^2$, avec $S^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \right) - (\bar{X})^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma^2} S_c^2 : \begin{cases} \text{Khi deux à } n - 1 \text{ d.d.l.} \\ \text{si échantillon gaussien} \end{cases}$
p	$F = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$	$U = \frac{F - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} : \begin{cases} \text{Normale } \mathcal{N}(0; 1) \text{ (approx.)} \\ \text{si } np \geq 10 \text{ et } n(1-p) \geq 10 \end{cases}$

2) Intervalles de confiance au niveau $1 - \alpha$

Paramètre	Intervalle de confiance	Valeurs tabulées
μ	$i_\mu = \left[\bar{x} - \frac{S_c}{\sqrt{n}} t_\alpha, \bar{x} + \frac{S_c}{\sqrt{n}} t_\alpha \right]$	t_α tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1 - \alpha$
σ^2	$i_{\sigma^2} = \left[\frac{n-1}{b_\alpha} S_c^2, \frac{n-1}{a_\alpha} S_c^2 \right]$	a_α et b_α tels que $\begin{aligned} P(Y^2 \geq a_\alpha) &= 1 - \frac{\alpha}{2} \\ P(Y^2 \geq b_\alpha) &= \frac{\alpha}{2} \end{aligned}$
p	$i_p = \left[f - \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} u_\alpha, f + \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} u_\alpha \right]$	u_α tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1 - \alpha$

3) Tests de conformité au risque α

H_0	H_1	Statistique de test	Valeur(s) test(s)
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$	t_α tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1 - \alpha$ t'_α tel que $P(T < t'_\alpha) = 1 - \alpha$, i.e. $t'_\alpha = t_{2\alpha}$ t''_α tel que $P(T \geq t''_\alpha) = 1 - \alpha$, i.e. $t''_\alpha = t_{2-2\alpha} = -t_{2\alpha}$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2} S_c^2$	a_α et b_α tels que $P(a_\alpha < Y^2 < b_\alpha) = 1 - \alpha$ b'_α tel que $P(Y^2 \geq b'_\alpha) = \alpha$, i.e. $b'_\alpha = b_{2\alpha}$ a''_α tel que $P(Y^2 \geq a''_\alpha) = 1 - \alpha$, i.e. $a''_\alpha = a_{2\alpha}$
$p = p_0$	$p \neq p_0$ $p > p_0$ $p < p_0$	$U = \frac{F - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	u_α tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1 - \alpha$ u'_α tel que $P(U < u'_\alpha) = 1 - \alpha$, i.e. $u'_\alpha = u_{2\alpha}$ u''_α tel que $P(U \geq u''_\alpha) = 1 - \alpha$, i.e. $u''_\alpha = -u_{2\alpha}$

Pour un intervalle de confiance de μ et/ou un test de conformité sur μ avec un grand échantillon (quelconque), on peut approcher la loi de Student par la loi Normale $\mathcal{N}(0; 1)$, et remplacer t_α , t'_α et t''_α par u_α , u'_α et u''_α .

4) Tests d'homogénéité au risque α

H_0	H_1	Statistique de test et sa loi sous l'hypothèse H_0	Valeur(s) test(s)
$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 \neq \sigma_2$	$F = \frac{S_{c,1}^2}{S_{c,2}^2}$: Snédecor à $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ d.d.l. si échantillons indépendants gaussiens	f_α tel que $P(F \geq f_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$ en travaillant avec $f \geq 1$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{S_{c,1}^2}{n_1} + \frac{S_{c,2}^2}{n_2}\right)}}$: Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si grands échantillons indépendants	u_α u'_α u''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{c,1,2} \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$: Student à $n_1 + n_2 - 2$ d.d.l. (approx.) si petits échantillons indép. gaussiens et si $\sigma_1 = \sigma_2$ avec $s_{c,1,2}^2 = \frac{(n_1-1)s_{c,1}^2 + (n_2-1)s_{c,2}^2}{n_1+n_2-2}$	t_α t'_α t''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \frac{\bar{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$, où $D = X_1 - X_2$: Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si grands échantillons appariés	u_α u'_α u''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \frac{\bar{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$, où $D = X_1 - X_2$: Student à $n - 1$ d.d.l. si petits échantillons appariés gaussiens	t_α t'_α t''_α
$p_1 = p_2$	$p_1 \neq p_2$ $p_1 > p_2$ $p_1 < p_2$	$U = \frac{F_1 - F_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)f_{1,2}(1-f_{1,2})}}$: Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si $n_1 f_1 \geq 5$, $n_1(1-f_1) \geq 5$, $n_2 f_2 \geq 5$, $n_2(1-f_2) \geq 5$, avec $f_{1,2} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}$	u_α u'_α u''_α

5) Test d'ajustement à une loi théorique à r modalités au risque α

Hypothèse H_0 : le caractère suit la loi théorique définie par les probabilités p_i .

Hypothèse H_1 : $\bar{H}_0$.

$$\text{Statistique de test : } D = \sum_{i=1}^r \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}.$$

Loi de D sous l'hypothèse H_0 : khi deux à $r - 1 - k$ d.d.l.

Valeur test : b_α tel que $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$.

6) Test d'indépendance entre deux caractères à r et s modalités au risque α

Hypothèse H_0 : les deux caractères sont indépendants.

Hypothèse H_1 : $\bar{H}_0$.

$$\text{Statistique de test : } D = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{(N_{ij} - np_{ij})^2}{np_{ij}}, \text{ avec } np_{ij} = \frac{n_{i\bullet} \cdot n_{\bullet j}}{n}, n_{i\bullet} = \sum_{j=1}^s n_{ij} \text{ et } n_{\bullet j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}.$$

Loi de D sous l'hypothèse H_0 : khi deux à $(r - 1)(s - 1)$ d.d.l.

Valeur test : b_α tel que $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$.

TABLE 1

Fonction de répartition de la loi normale réduite

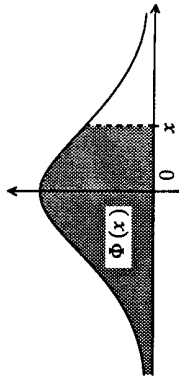
Si U suit la loi normale réduite, pour $x \geq 0$, la table donne la valeur :

$$\phi(x) = P(U \leq x).$$

La valeur x s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

Pour $x < 0$, on a :

$$\phi(x) = 1 - \phi(-x).$$



x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

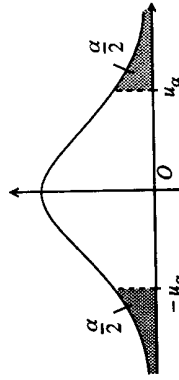
TABLE 2

Loi normale réduite (table de l'écart réduit)

Si U est une variable aléatoire qui suit la loi normale réduite, la table donne, pour α choisi, la valeur u_α telle que :

$$P(|U| \geq u_\alpha) = \alpha.$$

La valeur α s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

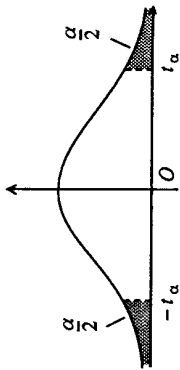


α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	∞	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,1	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,2	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,3	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,4	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,5	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,6	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,7	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,8	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,9	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

TABLE 3

Lois de Student

Si T est une variable aléatoire qui suit la loi de Student à v degrés de liberté, la table donne, pour α choisi, le nombre t_α tel que $P(T \geq t_\alpha) = \alpha$.



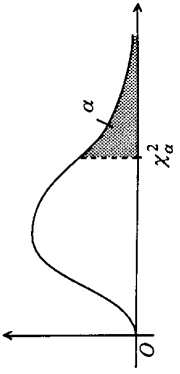
α v	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,681	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,679	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,677	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Lorsque le degré de liberté est infini, il s'agit du nombre u_α correspondant à la loi normale centrée réduite (cf. table 2).

TABLE 4

Lois de Pearson ou lois du χ^2

Si Y^2 est une variable aléatoire qui suit la loi du χ^2 à v degrés de liberté, la table donne, pour α choisi, le nombre χ_α^2 tel que $P(Y^2 \geq \chi_\alpha^2) = \alpha$.



α v	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,001
1	0,000 2	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	10,83
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	13,82
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	16,27
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	18,47
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	20,52
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	22,46
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,47	24,32
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	26,13
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	27,88
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	29,59
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,92	24,72	31,26
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	32,91
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	34,53
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	36,12
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	37,70
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,84	32,00	39,25
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,19	33,41	40,79
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,80	42,31
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	43,82
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	45,32
21	8,90	10,28	11,59	13,24	29,61	32,67	35,48	38,93	46,80
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	48,27
23	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	49,73
24	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,41	39,37	42,98	51,18
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	52,62
26	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,88	41,92	45,64	54,05
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	55,48
28	13,57	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	56,89
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	58,30
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	59,70

Lorsque le degré de liberté v est tel que $v > 30$, la variable aléatoire :

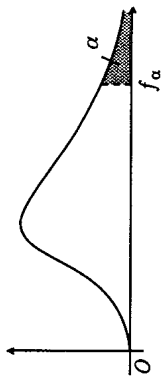
$$U = \sqrt{2Y^2} - \sqrt{2v - 1}$$

suit à peu près la loi normale réduite.

TABLE 5

Lois de Snédécór ($\alpha = 0,025$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécór à (v_1, v_2) degrés de liberté, la table donne le nombre f_α tel que $P(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0,025$.

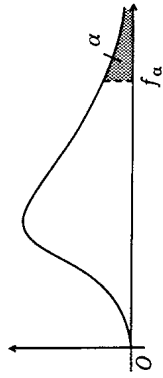


$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	648	800	864	900	922	937	957	969	985	993	1001	1018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	13,9
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,53	2,39	2,18	2,07	1,94	1,64
50	5,34	3,98	3,39	3,06	2,83	2,67	2,46	2,32	2,11	1,99	1,87	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,41	2,27	2,06	1,94	1,82	1,48
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,36	2,21	2,00	1,88	1,75	1,40
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,32	2,18	1,97	1,85	1,71	1,35
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,19	2,05	1,83	1,71	1,57	1,00

TABLE 6

Lois de Snédécór ($\alpha = 0,05$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécór à (v_1, v_2) degrés de liberté, la table donne le nombre f_α tel que $P(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0,05$.



$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00