Université de Picardie Jules Verne **2015-2016**
UFR des Sciences

Licence mention Mathématiques - Semestre 3
Statistique
Partiel du vendredi 23 octobre 2015
Durée 2h00
Tout document interdit - Calculatrices autorisées

Exercice 1

1) Dans une population donnée, on considère un caractère qualitatif à deux modalités A et B, représenté par une variable aléatoire X de loi de Bernoulli de paramètre p, où p est la proportion d'individus ayant la modalité A dans la population, avec $p \in \,]0;1[$. On considère un échantillon $(X_1, \dots, X_n)$ de taille n de X, où n est un entier naturel tel que $np \geq 10$ et $n(1-p) \geq 10$. On désigne par $F = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$ la fréquence d'échantillon. Soit $\alpha \in \,]0;1[$.

a) On suppose dans cette question que p est connu. Déterminer, en détaillant les calculs, un intervalle de fluctuation de F (autour de p) au niveau $1-\alpha$. Expliquer ce que signifie le résultat obtenu.

b) On suppose dans cette question que p est inconnu. Déterminer, en détaillant les calculs, un intervalle de confiance de p au niveau $1-\alpha$. Expliquer ce que signifie le résultat obtenu.

Dans une société italienne de fabrication de carrelage, on effectue différents types de tests de contrôle de qualité afin de vérifier si le carrelage fabriqué est conforme aux normes en vigueur. A l'issue de tests, la société estime qu'il y a 3% de carreaux défectueux dans la production.

2) Soit Y la variable aléatoire qui, à tout lot de 100 carreaux prélevés au hasard dans la production, associe le nombre de carreaux défectueux. La production étant importante, on peut assimiler ces prélèvements à des tirages avec remise.

a) Justifier que Y suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

b) On a prélevé au hasard un lot de 100 carreaux. Calculer la probabilité qu'il y ait exactement deux carreaux défectueux dans le lot, puis la probabilité qu'il y ait au plus deux carreaux défectueux dans le lot.

3) Sur un échantillon de 400 carreaux prélevés dans la production, on a observé 16 carreaux défectueux.

a) Utiliser un intervalle de fluctuation de F au niveau 95% pour savoir si on doit rejeter l'estimation de 3% de carreaux défectueux faite par l'entreprise.

b) Répondre à la même question en effectuant un test statistique au risque 5%.

La norme DIN 51130 permet d'évaluer le caractère antidérapant d'un sol.

Après des tests préliminaires servant d'étalonnage, une personne chaussée de chaussures normalisées marche en avant puis en arrière sur un plan incliné recouvert du sol à tester. Le plan est recouvert d'huile et progressivement incliné jusqu'à ce que la personne glisse. Cette méthode détermine ainsi l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise la resistance au glissement du revêtement.

La société italienne effectue une série de tests sur les carreaux qu'elle produit, dont celui concernant la résistance au glissement. On désigne par G la variable aléatoire qui, à tout carreau prélevé au hasard dans la production, associe l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise la résistance au glissement selon la norme DIN 51130. On admet que G suit une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.

Un carreau est classé R_{10} si l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise sa resistance au glissement selon la norme DIN 51130 est compris entre 10 et 19 degrés ; cette classe est requise par exemple pour les sanitaires, toilettes, buanderies, garages, parkings, ...

4) a) Dans cette question, on suppose que $\mu = 14,5$ et $\sigma = 2$. Calculer la probabilité qu'un carreau prélevé au hasard dans la production soit conforme à la classification R_{10}.

b) Dans cette question, on suppose que $\mu = 14,5$ et on cherche à déterminer σ. Déterminer la valeur arrondie à 10^{-2} près de σ telle que $P(10 \leqslant G \leqslant 19) = 0,99$.

5) La société italienne réalise dorénavant un nouveau type de finition sur le carrelage pour lequel elle pense que l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise la résistance au glissement sera supérieur à 14,5 degrés. Elle décide de réaliser un test afin de vérifier la véracité de cette amélioration de la résistance au glissement.

Lors d'un test effectué sur un prélèvement de 100 carreaux dans la production, on obtient les angles d'inclinaison maximale suivants :

Angle d'inclinaison maximale (en degrés)	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Nombre de carreaux	2	3	5	14	20	21	15	15	5

Peut-on estimer, au risque 5%, que la nouvelle finition améliore l'angle d'inclinaison maximale ?

Exercice 2

Le responsable des études du service Marketing de Rola-Cola vient de recevoir les résultats d'un test de goût dont l'objectif est de déterminer laquelle des deux marques Rola-Cola ou Moka-Cola était préférée des consommateurs de boisson à base de cola. Pour cela, 200 consommateurs de boisson à base de cola furent sélectionnés pour participer à un test de goût dit "en aveugle". Chaque participant fut invité à goûter les deux boissons servies dans des verres "anonymes" marqués respectivement des seules lettres A et B, et à indiquer sa boisson préférée.

1) Sur 200 participants, 113 ont déclaré préférer Rola-Cola. Considérant la proportion de consommateurs préférant la boisson Rola-Cola, effectuer un test statistique au risque 5% pour savoir si Rola-Cola est la plus appréciée.

2) Pour éviter que l'ordre dans lequel les deux boissons furent présentées n'affecte les préférences émises, les participants furent partagés en deux groupes d'effectifs égaux ; le premier goûtant Rola-Cola avant Moka-Cola et le second opérant en sens inverse. Les résultats obtenus furent les suivants :

	Rola –Cola avant	Moka-Cola avant
Nombre de participants	100	100
Nombre de particpants préférant Rola-Cola	54	58

Effectuer un test statistique au risque 5% pour savoir si l'on peut retenir l'hypothèse selon laquelle l'ordre de présentation des deux boissons n'a aucune influence sur la préférence déclarée pour Rola-Cola.

Exercice 3

On souhaite étudier l'influence de la prise d'un médicament sur un taux d'anticorps produits, mesuré en UI/mL. Le traitement est considéré comme efficace s'il augmente le taux d'anticorps produits.

Sur un échantillon de 50 individus non traités, on observe un taux moyen de 1,6 UI/mL et une variance corrigée de 1,8.

Sur un échantillon de 40 individus traités, on observe un taux moyen de 2,2 UI/mL et une variance corrigée de 2,2.

1) Peut-on en conclure directement que le traitement est efficace ? Justifier la réponse.

2) Expliquer brièvement ce que représentent les erreurs de première et deuxième espèce d'un test statistique.

3) Effectuer un test statistique au risque 5%, puis 1%, pour savoir si le traitement est efficace. En cas de décisions contradictoires avec les deux risques 5% et 1%, préciser et justifier la décision à retenir.

Exercice 4

On a demandé à 160 étudiant(e)s de l'UPJV d'estimer le temps mensuel en heures qu'ils passent à préparer la cuisine. On a obtenu les résultats suivants :

Heures	[0;5]	]5,10]	]10,15]	>15
Nombre d'étudiants	62	49	19	30

Des études antérieures sur l'ensemble de la population française ont permis d'établir la répartition suivante :

Heures	[0;5]	]5,10]	]10,15]	>15
Pourcentage	40%	35%	15%	10%

Effectuer un test statistique au risque 5% pour répondre à la question suivante : s'agissant du temps passé à cuisiner, l'échantillon d'étudiant(e)s de l'UPJV est-il représentatif de la population française ?

Formulaire de Statistique Inférentielle

1) Estimateurs

Paramètre	Estimateur	Statistique et sa loi
μ	$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$	$T = \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$: Student à $n-1$ d.d.l. si échantillon gaussien
σ^2	$S_c^2 = \frac{n}{n-1}S^2$, avec $S^2 = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right) - (\overline{X})^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma^2}S_c^2$: Khi deux à $n-1$ d.d.l. si échantillon gaussien
p	$F = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$	$U = \frac{F-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si $np \geq 10$ et $n(1-p) \geq 10$

2) Intervalles de confiance au niveau $1-\alpha$

Paramètre	Intervalle de confiance	Valeurs tabulées
μ	$i_\mu = \left[\bar{x} - \frac{s_c}{\sqrt{n}}t_\alpha \ , \ \bar{x} + \frac{s_c}{\sqrt{n}}t_\alpha\right]$	t_α tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1-\alpha$
σ^2	$i_{\sigma^2} = \left[\frac{n-1}{b_\alpha}s_c^2 \ , \ \frac{n-1}{a_\alpha}s_c^2\right]$	a_α et b_α tels que $P(Y^2 \geq a_\alpha) = 1-\frac{\alpha}{2}$, $P(Y^2 \geq b_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$
p	$i_p = \left[f - \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}\,u_\alpha \ , \ f + \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}\,u_\alpha\right]$	u_α tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1-\alpha$

3) Tests de conformité au risque α

H_0	H_1	Statistique de test	Valeur(s) test(s)
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$	t_α tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1-\alpha$ t'_α tel que $P(T < t'_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $t'_\alpha = t_{2\alpha}$ t''_α tel que $P(T \geq t''_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $t''_\alpha = t_{2-2\alpha} = -t_{2\alpha}$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2}S_c^2$	a_α et b_α tels que $P(a_\alpha < Y^2 < b_\alpha) = 1-\alpha$ b'_α tel que $P(Y^2 \geq b'_\alpha) = \alpha$, i.e. $b'_\alpha = b_{2\alpha}$ a''_α tel que $P(Y^2 \geq a''_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $a''_\alpha = a_{2\alpha}$
$p = p_0$	$p \neq p_0$ $p > p_0$ $p < p_0$	$U = \frac{F-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	u_α tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1-\alpha$ u'_α tel que $P(U < u'_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $u'_\alpha = u_{2\alpha}$ u''_α tel que $P(U \geq u''_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $u''_\alpha = -u_{2\alpha}$

Pour un intervalle de confiance de μ et/ou un test de conformité sur μ avec un grand échantillon (quelconque), on peut approcher la loi de Student par la loi Normale $\mathcal{N}(0;1)$, et remplacer t_α, t'_α et t''_α par u_α, u'_α et u''_α.

4) Tests d'homogénéité au risque α

H_0	H_1	Statistique de test et sa loi sous l'hypothèse H_0	Valeur(s) test(s)
$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 \neq \sigma_2$	$F = \dfrac{S_{c,1}^2}{S_{c,2}^2}$: Snédécor à (n_1-1, n_2-1) d.d.l. si échantillons indépendants gaussiens	f_α tel que $P(F \geq f_\alpha) = \dfrac{\alpha}{2}$ en travaillant avec $f \geq 1$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\left(\dfrac{S_{c,1}^2}{n_1} + \dfrac{S_{c,2}^2}{n_2}\right)}}$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si grands échantillons indépendants	u_α u'_α u''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{s_{c,1,2}\sqrt{\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$: Student à $n_1 + n_2 - 2$ d.d.l. (approx.) si petits échantillons indép. gaussiens et si $\sigma_1 = \sigma_2$ avec $s_{c,1,2}^2 = \frac{(n_1-1)s_{c,1}^2 + (n_2-1)s_{c,2}^2}{n_1+n_2-2}$	t_α t'_α t''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \dfrac{\overline{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$, où $D = X_1 - X_2$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si grands échantillons appariés	u_α u'_α u''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \dfrac{\overline{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$, où $D = X_1 - X_2$: Student à $n-1$ d.d.l. si petits échantillons appariés gaussiens	t_α t'_α t''_α
$p_1 = p_2$	$p_1 \neq p_2$ $p_1 > p_2$ $p_1 < p_2$	$U = \dfrac{F_1 - F_2}{\sqrt{(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})f_{1,2}(1-f_{1,2})}}$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si $n_1 f_1 \geq 5$, $n_1(1-f_1) \geq 5$, $n_2 f_2 \geq 5$, $n_2(1-f_2) \geq 5$, avec $f_{1,2} = \dfrac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}$	u_α u'_α u''_α

5) Test d'ajustement à une loi théorique à r modalités au risque α

Hypothèse H_0 : le caractère suit la loi théorique définie par les probabilités p_i.
Hypothèse H_1 : $\overline{H_0}$.
Statistique de test : $D = \displaystyle\sum_{i=1}^{r} \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}$.
Loi de D sous l'hypothèse H_0 : khi deux à $r-1-k$ d.d.l.
Valeur test : b_α tel que $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$.

6) Test d'indépendance entre deux caractères à r et s modalités au risque α

Hypothèse H_0 : les deux caractères sont indépendants.
Hypothèse H_1 : $\overline{H_0}$.
Statistique de test : $D = \displaystyle\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \frac{(N_{i,j} - np_{i,j})^2}{np_{i,j}}$, avec $np_{i,j} = \dfrac{n_{i,\bullet}\ n_{\bullet,j}}{n}$, $n_{i,\bullet} = \displaystyle\sum_{j=1}^{s} n_{i,j}$ et $n_{\bullet,j} = \displaystyle\sum_{i=1}^{r} n_{i,j}$.
Loi de D sous l'hypothèse H_0 : khi deux à $(r-1)(s-1)$ d.d.l.
Valeur test : b_α tel que $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$.

TABLE 1

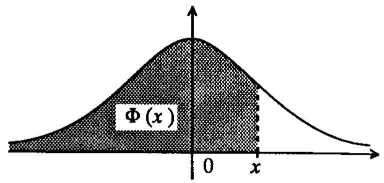
Fonction de répartition de la loi normale réduite

Si U suit la loi normale réduite, pour $x \geqslant 0$, la table donne la valeur :

$\phi(x) = P(U \leqslant x)$.

La valeur x s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.
Pour $x < 0$, on a :

$\phi(x) = 1 - \phi(-x)$.



x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 1	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 8	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

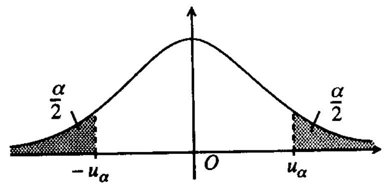
TABLE 2

Loi normale réduite (table de l'écart réduit)

Si U est une variable aléatoire qui suit la loi normale réduite, la table donne, pour α choisi, la valeur u_α telle que :

$P(|U| \geqslant u_\alpha) = \alpha$.

La valeur α s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

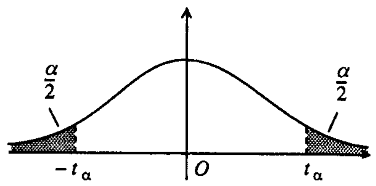


α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	∞	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,1	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,2	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,3	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,4	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,5	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,6	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,7	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,8	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,9	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

TABLE 3

Lois de Student

Si T est une variable aléatoire qui suit la loi de Student à ν degrés de liberté, la table donne, pour α choisi, le nombre t_α tel que $P(|T| \geqslant t_\alpha) = \alpha$.



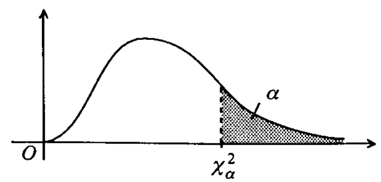
ν \ α	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,681	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,679	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,677	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Lorsque le degré de liberté est infini, il s'agit du nombre u_α correspondant à la loi normale centrée réduite (*cf.* table 2).

TABLE 4

Lois de Pearson ou lois du χ^2

Si Y^2 est une variable aléatoire qui suit la loi du χ^2 à ν degrés de liberté, la table donne, pour α choisi, le nombre χ^2_α tel que $P(Y^2 \geqslant \chi^2_\alpha) = \alpha$.



ν \ α	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,001
1	0,000 2	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	10,83
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	13,82
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	16,27
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	18,47
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	20,52
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	22,46
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,47	24,32
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	26,13
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	27,88
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	29,59
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,92	24,72	31,26
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	32,91
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	34,53
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	36,12
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	37,70
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,84	32,00	39,25
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,19	33,41	40,79
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,80	42,31
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	43,82
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	45,32
21	8,90	10,28	11,59	13,24	29,61	32,67	35,48	38,93	46,80
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	48,27
23	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	49,73
24	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,41	39,37	42,98	51,18
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	52,62
26	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,88	41,92	45,64	54,05
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	55,48
28	13,57	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	56,89
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	58,30
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	59,70

Lorsque le degré de liberté ν est tel que $\nu > 30$, la variable aléatoire :

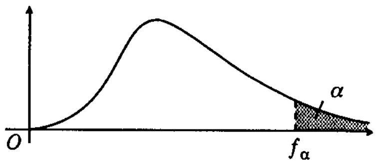
$$U = \sqrt{2Y^2} - \sqrt{2\nu - 1}$$

suit à peu près la loi normale réduite.

TABLE 5

Lois de Snédécor ($\alpha = 0{,}025$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté, la table donne le nombre f_α tel que $P(F \geqslant f_\alpha) = \alpha = 0{,}025$.

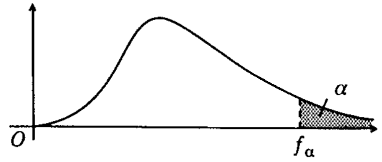


ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	648	800	864	900	922	937	957	969	985	993	1 001	1 018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	13,9
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,53	2,39	2,18	2,07	1,94	1,64
50	5,34	3,98	3,39	3,06	2,83	2,67	2,46	2,32	2,11	1,99	1,87	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,41	2,27	2,06	1,94	1,82	1,48
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,36	2,21	2,00	1,88	1,75	1,40
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,32	2,18	1,97	1,85	1,71	1,35
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,19	2,05	1,83	1,71	1,57	1,00

TABLE 6

Lois de Snédécor ($\alpha = 0{,}05$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté, la table donne le nombre f_α tel que $P(F \geqslant f_\alpha) = \alpha = 0{,}05$.



ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00