

Licence mention Mathématiques et mention Informatique parcours MIAGE - Semestre 3
Statistique et Probabilités
Partiel du lundi 7 novembre 2011

Durée 2h00

Tout document interdit - Calculatrices autorisées

Exercice 1.

Une machine fabrique des pièces métalliques de forme cylindrique utilisables pour des branches de lunettes. On s'intéresse à la longueur de l'ensemble des pièces produites par la machine le 4 novembre 2011.

On présente ci-dessous un extrait d'une feuille Excel. Les longueurs en *mm* observées sur 50 pièces choisies au hasard sont présentées dans le tableau 1. On a regroupé ces données brutes dans le tableau 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	109,5	109	111	109,5	107,5		Longueur des pièces	Nombre de pièces
2	109	111	110	110	111		]107 ; 108]	1
3	110	109	111	112	110		]108 ; 109]	5
4	111	109,5	108,5	110	109,5		]109 ; 110]	20
5	113	111	111	111	111		]110 ; 111]	18
6	111	110	112	110	111		]111 ; 112]	4
7	109,5	110	111	111	110		]112 ; 113]	2
8	111	111	111	111	108,5		Tableau 2	
9	110	112	110	110	110			
10	109,5	110	112	111	113			
11	Tableau 1							

- 1) a) Préciser la population étudiée, la variable étudiée et sa nature, la taille de l'échantillon.
b) Comment appelle-t-on ce type de tableau 2 ? Que représente-t-il ?
c) Quelle procédure Excel permet de construire ce tableau 2 à partir des données brutes observées ?
- 2) On s'intéresse au tableau 2. Pour la présentation des différents calculs effectués dans cette question, on construira dès le début un unique tableau présentant l'ensemble des résultats demandés ou utiles.
 - a) Calculer les fréquences de la distribution et représenter graphiquement les résultats obtenus.
 - b) Calculer les fréquences cumulées (croissantes) de la distribution et tracer le polygone des fréquences cumulées.
 - c) En déduire par lecture graphique, puis par une formule d'interpolation linéaire, la valeur de la médiane et des quartiles de la distribution. Interpréter les résultats obtenus et les représenter graphiquement à l'aide d'une boîte à moustaches (limites des moustaches : borne inférieure de la première classe et borne supérieure de la dernière classe).
 - d) Donner la moyenne et l'écart-type de la distribution. En déduire l'intervalle moyen et interpréter le résultat obtenu.
 - e) Quelles fonctions Excel permettent d'effectuer les calculs du 2)d) à partir des données brutes ?

Exercice 2.

La Caisse Nationale de l'Assurance Maladie des Travailleurs Salariés (CNAMTS) publie, chaque année, des statistiques sur les accidents du travail en France. Celles-ci permettent d'obtenir divers indicateurs, notamment l'indice de fréquence (nombre moyen d'accidents du travail avec arrêt pour 1000 salariés).

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice de fréquence pour le secteur du BTP (Bâtiment et Travaux Publics) en France, au cours des années 2001 à 2009 :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Indice de fréquence : y_i	100,3	98,9	91,6	89,5	87,6	85,4	84,0	79,9	76,0

- 1) Représenter graphiquement la série statistique (x_i, y_i) .
- 2) Un premier ajustement.
 - a) Donner une équation de la droite de régression de y en x . Donner le coefficient de corrélation linéaire entre x et y . Interpréter le résultat obtenu.
 - b) En déduire une estimation de l'indice de fréquence pour l'année 2012.
Cette estimation est-elle fiable ? Justifier votre réponse.
- 3) Un deuxième ajustement. On considère la nouvelle variable $z = \ln y$.
 - a) Donner une équation de la droite de régression de z en x . Donner le coefficient de corrélation linéaire entre x et z . Interpréter le résultat obtenu.
 - b) En déduire une nouvelle expression de y en fonction de x , puis une nouvelle estimation de l'indice de fréquence pour l'année 2012.
- 4) La stratégie européenne de santé au travail a fixé comme objectif une réduction de 25 % de l'indice de fréquence entre 2007 et 2012. Peut-on prévoir d'atteindre cet objectif selon les deux ajustements précédents ? Justifier la réponse.

Exercice 3

Une chaîne de production d'une usine fabrique des vêtements pour nourrissons. Les vêtements peuvent avoir deux types de défaut : un défaut de couleur et un défaut dans la forme. Une étude statistique a montré que :

- 12% des vêtements fabriqués ont un défaut dans la couleur,
- parmi les vêtements ayant un défaut dans la couleur, 20% ont un défaut dans la forme,
- parmi les vêtements n'ayant pas de défaut dans la couleur, 8% présentent un défaut dans la forme.

Un employé choisit un vêtement au hasard, dans un lot de vêtements fabriqués et conformes à l'étude statistique ci-dessus.

- 1) Dans chacune des questions suivantes, on justifiera les calculs effectués.
 - a) Traduire les données de l'énoncé en termes de probabilité d'événements. Préciser l'expérience aléatoire considérée et proposer un espace probabilisé adapté à cette expérience.
 - b) Calculer la probabilité que le vêtement choisi ait un défaut dans la couleur et un défaut dans la forme.
 - c) Calculer la probabilité que le vêtement choisi ait un défaut dans la forme.
 - d) Les événements " le vêtement choisi a un défaut dans la couleur " et " le vêtement choisi a un défaut dans la forme " sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
 - e) Sachant que le vêtement choisi n'a pas de défaut de forme, quelle est la probabilité qu'il ait un défaut de couleur ?
- 2) Le directeur de l'usine affirme que 92% des vêtements fabriqués ne présentent aucun défaut. Cette affirmation est-elle correcte ? Expliquer.
- 3) Les employés de l'usine sont autorisés à acheter des vêtements à tarif préférentiel. L'un d'entre eux choisit au hasard trois vêtements. Le nombre de vêtements fabriqués est suffisamment grand pour considérer que les trois choix sont indépendants.
Quelle est la probabilité pour qu'aucun de ces trois vêtements choisis ne présente de défaut ? Justifier la réponse.

Exercice 4

Un contrôleur des Transports Communs Amiénois passe chaque jour dans les bus pour contrôler le titre de transport des passagers. A chaque voyageur contrôlé, la probabilité de dresser un procès verbal est égale à 0,10. On suppose que les voyageurs se comportent de façon indépendante.

- 1) On suppose que n voyageurs sont contrôlés, avec n entier naturel non nul, et on désigne par X_n la variable aléatoire égale au nombre de procès verbaux établis.
 - a) Quelle est la loi de probabilité de X_n ? Justifier la réponse.
 - b) Calculer la probabilité p_n qu'au moins un procès verbal soit établi.
 - c) Déterminer le nombre minimum de contrôles à effectuer pour que l'on ait $p_n \geq 0,99$.
- 2) Sur une période donnée, 4 voyageurs sont contrôlés. Calculer la probabilité qu'au moins la moitié des voyageurs aient un procès verbal.
- 3) Dans le premier bus de la journée, le contrôleur se fixe pour objectif de dresser au moins 2 procès verbaux et de contrôler au moins 5 passagers en règle. Quelle est la probabilité que ce résultat ne soit pas encore atteint au vingtième passager contrôlé ?