

Licence mention Informatique parcours MIAGE - Troisième année - Semestre 6
Statistiques
Partiel du jeudi 27 mars 2008

Durée 2h00

Tout document interdit - Calculatrices autorisées

Exercice 1.

Avant d'acheter le dernier modèle d'appareil photo numérique d'une grande marque, un internaute consulte un site web comparateur de prix. L'observation du prix de cet appareil photo chez différents sites marchands donne les résultats indiqués dans le tableau ci-dessous :

Prix (en €)]500; 550]]550; 600]]600; 650]]650; 700]]700; 800]]800; 850]]850; 950]
Nombre de sites	8	8	16	8	8	12	12

- 1) Préciser la population étudiée, la variable étudiée et sa nature, la taille de l'échantillon.
- 2) Représenter graphiquement les résultats présentés dans le tableau.
- 3) Calculer les fréquences cumulées de la distribution et tracer le polygone des fréquences cumulées.
- 4) En déduire par lecture graphique, puis par une formule d'interpolation linéaire, la valeur de la médiane et des quartiles de la distribution. Interpréter les résultats obtenus et les représenter graphiquement à l'aide d'une boîte à moustaches.
- 5) Calculer la moyenne et l'écart-type de la distribution. Préciser les données à partir desquelles ces valeurs ont été calculées.

Exercice 2.

La société INFOLOG a mis au point un nouveau logiciel de gestion destiné aux PME. Cette société a mené une enquête dans une région auprès de 300 entreprises équipées d'ordinateurs aptes à recevoir ce logiciel, ceci afin de déterminer à quel prix chacune de ces entreprises accepterait d'acquérir un exemplaire de ce nouveau logiciel. Elle a obtenu les résultats suivants :

x : prix proposé pour le nouveau logiciel (en centaines d'euros)	30	25	20	15	10
y : nombre d'entreprises disposées à acheter le logiciel à ce prix	90	120	170	200	260

- 1) Représenter graphiquement le nuage de points de la série (x_i, y_i) dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 200 euros en abscisses et 5 cm pour 100 entreprises en ordonnées).
Placer le point moyen G après avoir déterminé ses coordonnées.
- 2) a) Donner une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Tracer D sur le graphique précédent.
b) Donner le coefficient de corrélation linéaire entre x et y . Interpréter le résultat.
- 3) a) En utilisant l'ajustement précédent, estimer le nombre d'entreprises qui accepteraient d'acquérir ce logiciel au prix de 500 €
b) Peut-on de la même façon préciser pour quel prix de vente la société INFOLOG peut espérer que les 300 entreprises contactées acceptent d'acquérir ce logiciel ? Justifier la réponse.
- 4) On note $R(x, y)$ la recette, exprimée en centaines d'euros, dégagée par la vente de y logiciels au prix de x centaines d'euros.
a) En utilisant la relation entre y et x obtenue au 2), donner l'expression de $R(x, y)$ en fonction de x , pour x variant entre 5 et 30.
b) Étudier les variations de la fonction R sur $[5; 30]$ et en déduire le prix de vente du logiciel, exprimé en euros, pour que la recette $R(x)$ soit maximale. Déterminer alors le montant de cette recette ainsi que le nombre d'entreprises disposées à acheter le logiciel à ce prix.

Exercice 3.

Lors de la mise au point d'un test de détection de pièces défectueuses lors du contrôle d'une production, on constate que le test engendre des erreurs :

- il ne détecte que 97,6 % des pièces défectueuses produites par l'entreprise ;
- il déclare défectueuses (à tort) 1,8 % des pièces en bon état.

Lorsque le test indique qu'une pièce est défectueuse, on dit qu'il est positif. Lorsque le test indique qu'une pièce est en bon état, on dit qu'il est négatif.

On estime qu'il y a 4,5 % de pièces défectueuses dans la production.

On contrôle une pièce choisie au hasard avec le test.

1) Traduire les données de l'énoncé en terme de probabilité d'événements. Préciser l'expérience aléatoire considérée et proposer un espace probabilisé adapté à cette expérience.

2) Calculer la probabilité que le test soit positif pour la pièce choisie. En déduire la probabilité que le test soit négatif .

3) Sachant que la pièce est détectée comme défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle soit en bon état ?

Exercice 4.

On suppose qu'un indice, calculé quotidiennement, n'évolue d'un jour à l'autre que de trois façons possibles : soit il diminue de 10%, soit il est stable, soit il augmente de 10%. On note $i_0 = 100$ l'indice de départ et i_n l'indice au bout de n jours.

Une étude a montré que, chaque jour, l'indice augmente de 10 % avec une probabilité égale à 0,3, diminue de 10% avec une probabilité égale à 0,2 et reste stable avec une probabilité égale à 0,5. L'évolution d'un jour à l'autre est indépendante de l'évolution des jours précédents.

On suppose construit un espace probabilisé (Ω, \mathcal{A}, P) permettant de décrire les situations suivantes.

1) On considère une période de 10 jours et on désigne par X le nombre de jours où l'indice augmente.

- a) Donner, en justifiant, la loi de probabilité de X .
- b) Quelle est la probabilité que, sur 10 jours, il y ait exactement 3 jours où l'indice augmente" ?
- c) Quel est, sur 10 jours, le nombre moyen de jours où l'indice augmente ?

2) Pour tout entier $i \geq 1$, on considère les événements suivants :

- A_i : "l'indice augmente le i -ème jour",
- B_i : "l'indice baisse le i -ème jour"
- C_i : "l'indice est stable le i -ème jour".

On s'intéresse à l'évolution de cet indice sur deux jours. On désigne par Y la valeur de l'indice i_2 au bout de deux jours.

- a) Donner les valeurs de $P(A_1)$, $P(A_2)$, $P(B_1)$, $P(B_2)$, $P(C_1)$ et $P(C_2)$.
- b) Calculer (en justifiant) $P(A_1 \cap A_2)$. Quelle est la valeur de Y si l'événement $A_1 \cap A_2$ se réalise.
- c) Calculer de même $P(A_1 \cap B_2)$ et $P(B_1 \cap A_2)$, et préciser les valeurs de Y correspondantes.
- d) A l'aide de calculs analogues supplémentaires, déterminer la loi de probabilité de Y .