

Licence mention Informatique parcours MIAGE - Troisième année - Semestre 6
Statistiques
Partiel du lundi 26 mars 2007

Durée 2h00

Tout document interdit - Calculatrices autorisées

Exercice 1.

Le tableau ci-dessous résume le volume des transactions (en millions d'euros) pour un groupe de valeurs données lors de 100 journées consécutives de Bourse.

Volume des transactions	[80; 100]	]100; 120]	]120; 130]	]130; 140]	]140; 160]	]160; 170]
Nombre de journées	12	14	23	28	18	5

- 1) Préciser la population étudiée, la variable étudiée et sa nature, la taille de l'échantillon.
- 2) Représenter graphiquement les résultats présentés dans le tableau.
- 3) Calculer les fréquences cumulées de la distribution et tracer le polygone des fréquences cumulées.
- 4) En déduire par lecture graphique, puis par une formule d'interpolation linéaire, la valeur de la médiane et des quartiles de la distribution. Interpréter les résultats obtenus et les représenter graphiquement à l'aide d'une boîte à moustaches.
- 5) Calculer la moyenne et l'écart-type de la distribution. Préciser les données à partir desquelles ces valeurs ont été obtenues.

Exercice 2.

Le tableau ci-dessous donne la consommation médicale (en milliards d'euros) de la population d'un pays :

Année	1990	1995	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année : x_i	0	5	10	11	12	13
Consommation : y_i	38,00	49,10	51,81	57,00	62,70	68,97

On cherche à mettre en oeuvre deux modélisations de cette consommation médicale.

- 1) Premier modèle : ajustement affine.
 - a) Préciser la population et la(es) variable(s) étudiée(s).
 - b) Donner une équation de la droite de régression de y en x obtenues par la méthode des moindres carrés. Pour chacun des coefficients, donner la valeur décimale arrondie au centième.
 - c) Donner le coefficient de corrélation linéaire entre x et y . Interpréter le résultat obtenu.
 - d) En déduire une estimation de la consommation médicale en milliards d'euros pour l'année 2008. Cette prévision est-elle fiable ?
- 2) Deuxième modèle
 - a) Calculer l'accroissement relatif $\frac{y_{i+1} - y_i}{y_i}$ de la consommation médicale de l'année 2000 à l'année 2001, puis de l'année 2001 à l'année 2002, puis de l'année 2002 à l'année 2003 (donner la valeur décimale arrondie au dixième). En déduire une expression de y_{i+1} en fonction de y_i pour les années considérées.
 - b) A partir de l'année 2000, on modélise alors la consommation médicale par : $y = 51,81 \times 1,1^n$ pour l'année $2000 + n$ avec n entier naturel. En utilisant ce deuxième modèle, en déduire une estimation de la consommation médicale en milliards d'euros pour l'année 2008.
 - c) Pour valider ce modèle, donner une équation de la droite de régression de $z = \ln(y)$ en n obtenues par la méthode des moindres carrés à partir des données du tableau suivant à compléter :

Année	2000	2001	2002	2003
n_i	0	1	2	3
$z_i = \ln(y_i)$				

Donner le coefficient de corrélation linéaire entre n et z . En déduire une relation entre y et n . Retrouve-t-on le modèle du b) ?

Exercice 3.

Une urne contient 36 boules, dont x boules blanches, x boules rouges, les autres boules étant vertes, avec $0 < x < 18$. On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.

- 1) Proposer un espace probabilisé adapté à cette expérience.
- 2) On suppose dans cette question que $x = 1$.
 - a) Calculer la probabilité d'obtenir 3 boules vertes.
 - b) Calculer la probabilité d'obtenir une boule de chaque couleur.
- 3) Pour tout entier x tel que $0 < x < 18$, on désigne par $p(x)$ la probabilité d'obtenir une boule de chaque couleur.
 - a) Calculer $p(x)$.
 - b) Déterminer la valeur de x pour laquelle $p(x)$ est maximum.

Exercice 4.

Une entreprise fabrique des appareils électroniques. A l'issue de la fabrication, 90% des appareils fonctionnent correctement. Afin d'améliorer la qualité de service au client, l'entreprise fait subir un test de bon fonctionnement à chaque appareil avant la livraison. Pour un appareil en qui fonctionne bien, le test accepte systématiquement l'appareil. Pour un appareil qui ne fonctionne pas bien, le test accepte malgré tout l'appareil dans 10% des cas.

- 1) On choisit un appareil au hasard dans la production.
 - a) Traduire les données de l'énoncé en terme de probabilité d'événements. Préciser l'expérience aléatoire considérée et proposer un espace probabilisé adapté à cette expérience.
 - b) Quelle est la probabilité que l'appareil soit accepté par le test ?
 - c) Si l'appareil est accepté par le test, quelle est la probabilité qu'il fonctionne bien ?
- 2) On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre d'appareils ne fonctionnant pas correctement dans un lot de 20 appareils choisis au hasard dans la production de 1000 appareils fabriqués pendant un jour donné.
 - a) Donner, en justifiant, la loi de probabilité de X .
 - b) Quelle est la probabilité qu'un lot de 20 appareils contienne au moins un appareil ne fonctionnant pas correctement ?
 - c) Quel est le nombre moyen d'appareils ne fonctionnant pas correctement dans un lot de 20 ?