Université de Picardie Jules Verne **2007-2008**
Faculté de Mathématiques et d'Informatique

Licence mention Informatique parcours MIAGE - Troisième année - Semestre 6
Statistiques
Examen du lundi 2 juin 2008
Durée 2h00
Tout document interdit - Calculatrices autorisées
Les 4 exercices sont indépendants

Exercice 1.

On suppose que le poids (en kg) d'une personne prenant l'ascenseur est une variable aléatoire de loi Normale. Les mesures du poids de 20 personnes ayant pris l'ascenseur ont donné les résultats suivants :

74	91	104	84	83	63	95	60	79	98
68	66	99	65	69	86	71	105	89	61

1) a) Préciser la population et le caractère étudiés.
b) Expliquer pourquoi on peut considérer que ce caractère est une variable aléatoire. Préciser en particulier l'expérience aléatoire et l'espace probabilisé permettant cette modélisation.
c) Préciser la taille d'échantillon, le(s) estimateur(s) mis en jeu et leur loi.
2) a) Donner une estimation ponctuelle de la moyenne et de l'écart-type du poids d'une personne.
b) Déterminer un intervalle de confiance au niveau 95% du poids moyen d'une personne.
3) a) Expliquer brièvement ce que représentent les erreurs de première et deuxième espèce d'un test statistique.
b) Pour des raisons de sécurité, le nombre de personnes pouvant monter en même temps dans l'ascenseur est limité, en considérant que le poids moyen d'une personne est de 75 kg. Tester cette hypothèse au risque 5% puis 10%. La décision est-elle fiable ? Qu'en est-il de la sécurité de l'ascenseur ? En cas de décisions contradictoires avec les deux risques 5% et 10%, préciser et justifier la décision à retenir.

Exercice 2.

1) Des études sur la consommation de tabac sont régulièrement menées en France. On a interrogé 200 français et 110 ont déclaré être des fumeurs.
a) Préciser la(les) population(s) et la(les) variable(s) étudiées, ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon. Indiquer le(s) estimateur(s) mis en jeu dans la suite.
b) Déterminer une estimation ponctuelle et un intervalle de confiance au niveau 95% de la proportion de fumeurs.
c) Quelle taille d'échantillon faut-il prendre pour que cet intervalle soit d'amplitude 0,05 ? Préciser les éventuelles hypothèses à faire pour pouvoir répondre.
d) Tester, au risque 5%, l'affirmation suivante : en France, il y a plus de fumeurs que de non-fumeurs.
2) Des études ont été menées pour savoir si les proportions de fumeurs en France et en Espagne sont les mêmes. Sur un échantillon de 300 espagnols, on a observé 150 fumeurs.
Que peut-on en conclure, au risque 5% ? On pourra effectuer un test statistique en précisant la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon.

Exercice 3.

Pour étudier les effets des contrats de travail à durée déterminée (CDD) et à durée indéterminée (CDI) sur le moral, on relève sur des salariés des scores d'anxiété A et de stress S ; plus le salarié est anxieux ou stressé, plus le score est élevé. On observe les résultats suivants :

- pour le score A : un premier échantillon de 40 personnes en CDI donne une moyenne de 34 et un écart-type corrigé de 9 ; un second échantillon de 50 personnes en CDD donne une moyenne de 31 et un écart-type corrigé de 8.
- pour le score S : un premier échantillon de 40 personnes en CDI donne une moyenne de 19 et un écart-type corrigé de 6 ; un second échantillon de 50 personnes en CDD donne une moyenne de 12 et un écart-type corrigé de 4.

1) On s'intéresse d'abord au score A.
   a) Préciser la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon.
   b) Peut-on considérer, au risque 5%, que les salariés en CDI sont en moyenne plus anxieux que les salariés en CDD ?
2) On s'intéresse maintenant au score S. De façon analogue au 1), et sans redétailler tous les calculs, dire si l'on peut considérer, au risque 5%, que les salariés en CDI sont en moyenne plus stressés que les salariés en CDD ?
3) On s'intéresse de nouveau au score A.
   a) Si les deux échantillons avaient les mêmes moyennes et écart-types, mais ne contenaient que 20 salariés chacun, pourrait-on encore appliquer la méthode suivie au 1)b) ? Justifier la réponse.
   b) Si la réponse à la question 3)a) est négative, indiquer la démarche à suivre pour répondre à la question 1)b). On ne demande pas d'effectuer les calculs mais seulement d'indiquer les étapes à suivre.

Exercice 4.

Trois statisticiens notés A, B et C ont examiné des étudiants et ont dû les classer en “bons” et “médiocres”. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

Classement \ Statisticien	A	B	C
Bons	84	70	96
Médiocres	6	20	24

1) Préciser la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon.
2) Effectuer un test statistique pour répondre à la question suivante : peut-on considérer, au risque 5%, puis au risque 10%, que le classement d'un étudiant dépend du choix du statisticien qui l'évalue ?

Formulaire de Statistique Inférentielle

1) Estimateurs

Paramètre	Estimateur	Statistique et sa loi
μ	$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$	$T = \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$: Student à $n-1$ d.d.l.
σ^2	$S_c^2 = \frac{n}{n-1}S^2$, avec $S^2 = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right) - (\overline{X})^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma^2}S_c^2$: Khi deux à $n-1$ d.d.l.
p	$F = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$	$U = \frac{F-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si $np \geq 10$ et $n(1-p) \geq 10$

2) Intervalles de confiance au niveau $1-\alpha$

Paramètre	Intervalle de confiance	Valeurs tabulées
μ	$i_\mu = \left[\bar{x} - \frac{s_c}{\sqrt{n}}t_\alpha \; , \; \bar{x} + \frac{s_c}{\sqrt{n}}t_\alpha\right]$	t_α tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1-\alpha$
σ^2	$i_{\sigma^2} = \left[\frac{n-1}{b_\alpha}s_c^2 \; , \; \frac{n-1}{a_\alpha}s_c^2\right]$	a_α et b_α tels que $P(Y^2 \geq a_\alpha) = 1-\frac{\alpha}{2}$, $P(Y^2 \geq b_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$
p	$i_p = \left[f - \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}\,u_\alpha \; , \; f + \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}\,u_\alpha\right]$	u_α tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1-\alpha$

3) Tests de conformité au risque α

$\mathbf{H_0}$	$\mathbf{H_1}$	Statistique de test	Valeur(s) test(s)
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$	t_α tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1-\alpha$ t'_α tel que $P(T < t'_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $t'_\alpha = t_{2\alpha}$ t''_α tel que $P(T \geq t''_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $t''_\alpha = t_{2-2\alpha} = -t_{2\alpha}$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2}S_c^2$	a_α et b_α tels que $P(a_\alpha < Y^2 < b_\alpha) = 1-\alpha$ b'_α tel que $P(Y^2 \geq b'_\alpha) = \alpha$, i.e. $b'_\alpha = b_{2\alpha}$ a''_α tel que $P(Y^2 \geq a''_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $a''_\alpha = a_{2\alpha}$
$p = p_0$	$p \neq p_0$ $p > p_0$ $p < p_0$	$U = \frac{F-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	u_α tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1-\alpha$ u'_α tel que $P(U < u'_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $u'_\alpha = u_{2\alpha}$ u''_α tel que $P(U \geq u''_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $u''_\alpha = -u_{2\alpha}$

Pour un intervalle de confiance de μ et/ou un test de conformité sur μ avec un grand échantillon, on peut remplacer la loi de Student par la loi Normale $\mathcal{N}(0;1)$, et remplacer t_α, t'_α et t''_α par u_α, u'_α et u''_α.

4) Tests d'homogénéité au risque α

$\mathbf{H}_0$	$\mathbf{H}_1$	Statistique de test et sa loi	Valeur(s) test(s)
$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 \neq \sigma_2$	$F = \dfrac{S_{c,1}^2}{S_{c,2}^2}$: Snédécor à $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ d.d.l. si échantillons indépendants gaussiens	f_α tel que $P(F \geq f_\alpha) = \dfrac{\alpha}{2}$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\left(\dfrac{S_{c,1}^2}{n_1} + \dfrac{S_{c,2}^2}{n_2}\right)}}$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si grands échantillons indépendants	u_α u'_α u''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{s_{c,1,2}\sqrt{\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$: Student à $n_1 + n_2 - 2$ d.d.l. (approx.) si petits échantillons indép. gaussiens et si $\sigma_1 = \sigma_2$ avec $s_{c,1,2}^2 = \frac{(n_1-1)s_{c,1}^2+(n_2-1)s_{c,2}^2}{n_1+n_2-2}$	t_α t'_α t''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \dfrac{\overline{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$, où $D = X_1 - X_2$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si grands échantillons appariés	u_α u'_α u''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \dfrac{\overline{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$, où $D = X_1 - X_2$: Student à $n - 1$ d.d.l. si petits échantillons appariés gaussiens	t_α t'_α t''_α
$p_1 = p_2$	$p_1 \neq p_2$ $p_1 > p_2$ $p_1 < p_2$	$U = \dfrac{F_1 - F_2}{\sqrt{(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})f_{1,2}(1 - f_{1,2})}}$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si $n_1 f_1 \geq 5$, $n_1(1 - f_1) \geq 5$, $n_2 f_2 \geq 5$, $n_2(1 - f_2) \geq 5$, avec $f_{1,2} = \dfrac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}$	u_α u'_α u''_α

5) Test d'ajustement à une loi théorique à r modalités au risque α

Hypothèse H_0 : le caractère suit la loi théorique. Hypothèse H_1 : $\overline{H_0}$.
Statistique de test : $D = \displaystyle\sum_{i=1}^{r} \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}$.
Loi de D : khi deux à $r - 1 - k$ d.d.l.
Valeur test : b_α tel que $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$.

6) Test d'indépendance entre deux caractères à r et s modalités au risque α

Hypothèse H_0 : les deux caractères sont indépendants. Hypothèse H_1 : $\overline{H_0}$.

Statistique de test : $D = \displaystyle\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \frac{(N_{i,j} - n_{i,j}^*)^2}{n_{i,j}^*}$, avec $n_{i,j}^* = \dfrac{n_{i,\bullet}\ n_{\bullet,j}}{n}$, $n_{i,\bullet} = \displaystyle\sum_{j=1}^{s} n_{i,j}$ et $n_{\bullet,j} = \displaystyle\sum_{i=1}^{r} n_{i,j}$.
Loi de D : khi deux à $(r - 1)(s - 1)$ d.d.l.
Valeur test : b_α tel que $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$.

TABLE 1

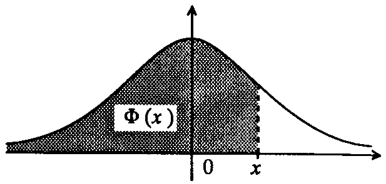
Fonction de répartition de la loi normale réduite

Si U suit la loi normale réduite, pour $x \geqslant 0$, la table donne la valeur :

$\phi(x) = P(U \leqslant x)$.

La valeur x s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.
Pour $x < 0$, on a :

$\phi(x) = 1 - \phi(-x)$.



x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 1	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 8	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

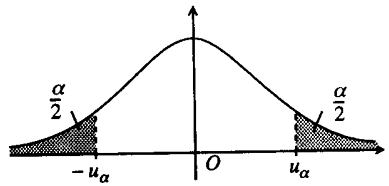
TABLE 2

Loi normale réduite (table de l'écart réduit)

Si U est une variable aléatoire qui suit la loi normale réduite, la table donne, pour α choisi, la valeur u_α telle que :

$P(|U| \geqslant u_\alpha) = \alpha$.

La valeur α s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

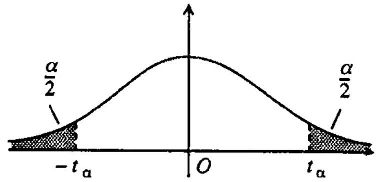


α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	∞	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,1	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,2	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,3	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,4	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,5	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,6	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,7	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,8	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,9	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

TABLE 3

Lois de Student

Si T est une variable aléatoire qui suit la loi de Student à ν degrés de liberté, la table donne, pour α choisi, le nombre t_α tel que $P(|T| \geqslant t_\alpha) = \alpha$.



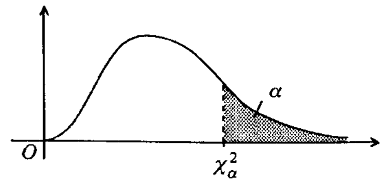
ν \ α	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,681	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,679	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,677	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Lorsque le degré de liberté est infini, il s'agit du nombre u_α correspondant à la loi normale centrée réduite (*cf.* table 2).

TABLE 4

Lois de Pearson ou lois du χ^2

Si Y^2 est une variable aléatoire qui suit la loi du χ^2 à ν degrés de liberté, la table donne, pour α choisi, le nombre χ^2_α tel que $P(Y^2 \geqslant \chi^2_\alpha) = \alpha$.



ν \ α	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,001
1	0,000 2	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	10,83
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	13,82
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	16,27
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	18,47
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	20,52
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	22,46
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,47	24,32
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	26,13
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	27,88
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	29,59
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,92	24,72	31,26
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	32,91
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	34,53
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	36,12
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	37,70
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,84	32,00	39,25
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,19	33,41	40,79
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,80	42,31
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	43,82
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	45,32
21	8,90	10,28	11,59	13,24	29,61	32,67	35,48	38,93	46,80
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	48,27
23	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	49,73
24	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,41	39,37	42,98	51,18
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	52,62
26	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,88	41,92	45,64	54,05
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	55,48
28	13,57	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	56,89
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	58,30
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	59,70

Lorsque le degré de liberté ν est tel que $\nu > 30$, la variable aléatoire :

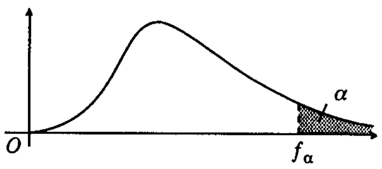
$U = \sqrt{2Y^2} - \sqrt{2\nu - 1}$

suit à peu près la loi normale réduite.

TABLE 5

Lois de Snédécor ($\alpha = 0{,}025$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté, la table donne le nombre f_α tel que $P(F \geqslant f_\alpha) = \alpha = 0{,}025$.

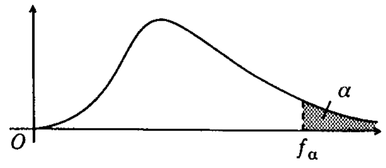


ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	648	800	864	900	922	937	957	969	985	993	1 001	1 018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	13,9
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,53	2,39	2,18	2,07	1,94	1,64
50	5,34	3,98	3,39	3,06	2,83	2,67	2,46	2,32	2,11	1,99	1,87	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,41	2,27	2,06	1,94	1,82	1,48
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,36	2,21	2,00	1,88	1,75	1,40
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,32	2,18	1,97	1,85	1,71	1,35
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,19	2,05	1,83	1,71	1,57	1,00

TABLE 6

Lois de Snédécor ($\alpha = 0{,}05$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté, la table donne le nombre f_α tel que $P(F \geqslant f_\alpha) = \alpha = 0{,}05$.



ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00