

Licence mention Mathématiques et mention Informatique parcours MIAGE - Semestre 3
Statistique et Probabilités
Examen du lundi 31 août 2009

Durée 2h00

Tout document interdit - Calculatrices autorisées

Exercice 1

1) Un fabricant de téléviseurs achète un certain composant électronique à un fournisseur A. L'accord entre le fabricant et le fournisseur A stipule que les composants doivent avoir une durée de vie moyenne au moins égale à 600 heures. Le fabricant reçoit un lot important de composants et souhaite vérifier la qualité de ce lot. Il choisit au hasard dans le lot un échantillon de 21 composants et obtient les durées de vie suivantes :

585 620 580 565 585 610 620 570 560 630 575
570 610 610 595 625 580 570 645 560 555

a) Préciser la population et le caractère étudiés. Préciser la taille d'échantillon, le(s) estimateur(s) mis en jeu et leur loi. Préciser les hypothèses éventuelles à faire sur la loi du caractère étudié.

b) Donner une estimation ponctuelle de la moyenne et de l'écart-type de la durée de vie d'un composant.

Donner un intervalle de confiance au niveau 95% de la durée de vie moyenne d'un composant.

c) Expliquer brièvement ce que représentent les erreurs de première et deuxième espèce d'un test statistique.

d) Effectuer un test statistique au risque 5% puis 10% pour savoir si l'accord entre le fabricant et le fournisseur A est respecté. En cas de décisions contradictoires avec les deux risques 5% et 10%, préciser et justifier la décision à retenir.

2) Un fournisseur B propose au fabricant un nouveau type de composant et affirme que la durée de vie moyenne de ces nouveaux composants est supérieure à celle des composants du fournisseur A. Pour un échantillon de 16 composants de ce nouveau type, le fournisseur obtient des durées de vie donnant une moyenne de 600 heures et un écart-type corrigé de 20 heures.

Effectuer le(s) test(s) statistique(s) adéquat(s) au risque 5% pour répondre à la question suivante : peut-on considérer que les composants du fournisseur B ont une durée de vie moyenne supérieure à celle des composants du fournisseur A ?

Exercice 2

Dans cet exercice, les proportions (ou leur valeurs approchées) seront données avec 4 décimales.

Dans un pays donné, un journal s'est spécialisé dans les sondages électoraux. A l'approche des élections présidentielles (à un tour), le journal étudie la popularité du président du pays qui a décidé de se représenter aux élections. Rappelons que lors des élections précédentes, il avait obtenu 58% des votes des 30 000 000 d'électeurs (représentant l'ensemble du corps électoral du pays).

1) Un premier sondage a été réalisé en mai 2009. Sur les 1000 électeurs choisis au hasard, 560 déclarent qu'ils vont voter pour le président.

a) Préciser la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon.

Indiquer le(s) estimateur(s) mis en jeu dans la suite.

b) Donner un intervalle de confiance au niveau 95% de la proportion d'électeurs qui vont voter pour le président.

c) Effectuer un test statistique, au risque 5%, pour répondre à la question suivante : peut-on considérer que, par rapport aux élections précédentes, il y aura moins d'électeurs qui vont voter pour le président ?

d) Le résultat du 1)c) pouvait-il être obtenu directement à partir du résultat du 1)b) ?

2) Un deuxième sondage a été réalisé en juin 2009. Sur 1000 électeurs choisis au hasard, 540 déclarent qu'ils vont voter pour le président.

a) Préciser la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon.

Indiquer le(s) estimateur(s) mis en jeu dans la suite.

b) Peut-on considérer au risque 5% que, entre mai 2009 et juin 2009, il y a diminution de la proportion d'électeurs qui vont voter pour le président ?

Exercice 3.

Rappel. Une variable aléatoire X suit la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ si X est à valeurs dans \mathbb{N} et si, pour tout $k \in \mathbb{N}$, $P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$. On a alors $E(X) = \text{Var}(X) = \lambda$.

Une compagnie d'assurance a mené une étude statistique sur le nombre de sinistres automobiles de ses assurés en une année. Pour 30 000 assurés choisis au hasard dans l'ensemble des assurés, les résultats sont les suivants :

nombre de sinistres	0	1	2	3	4 et +
nombre d'assurés	26817	3023	154	4	2

- 1) a) Préciser la population et le caractère étudiés. Expliquer pourquoi on peut considérer que ce caractère est une variable aléatoire. Préciser en particulier l'expérience aléatoire et l'espace probabilisé permettant cette modélisation.
- b) Préciser la taille d'échantillon, le(s) estimateur(s) mis en jeu et leur loi.
- c) Donner une estimation ponctuelle de la moyenne et de la variance du nombre de sinistres d'un assuré en une année. Expliquer la méthode utilisée.
- d) Expliquer pourquoi on peut penser que le caractère étudié pourrait suivre une loi de Poisson. Quel paramètre pourrait-on prendre pour la loi de Poisson ?

Dans le but de tester l'hypothèse que le caractère étudié suit une loi de Poisson, on a utilisé le logiciel Excel pour effectuer les calculs présentés ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	Test de khi-deux de conformité à une loi de Poisson										
2											
3	x_i	0	1	2	3	4	TOTAL				
4	n_i	26817	3023	154	4	2	30000				
5	$n_i x_i$	0	3023	308	12	8	3351	moyenne	0,1117		
6	$n_i x_i^2$	0	3023	616	36	32	3707	variance	0,1111		
7	p_i	0,89431	0,09989	0,00558	0,00021	0,00001	1				
8	$n p_i$	26829,38	2996,84	167,37	6,23	0,18	30000				
9	d_i	0,01	0,23	1,07	0,80	18,65	20,75				
10											

- 2) a) Ecrire des formules Excel à entrer dans les cellules J5 et J6 pour obtenir les valeurs indiquées.
- b) Ces valeurs correspondent-elles à celles que vous avez trouvé au 1)c).
- 3) Les valeurs p_i correspondent aux probabilités théoriques de la loi de Poisson testée.
 - a) Présenter sur votre copie le calcul permettant d'obtenir la valeur 0,89431 de la cellule B7.
 - b) Ecrire une formule Excel à entrer dans la cellule B7 pour obtenir cette valeur, ainsi que les valeurs des cellules C7 à E7 par simple recopie de cette formule.
 - c) Comment a-t-on obtenu la valeur 0,00001 de la cellule F7 ?
- 4) a) Ecrire une formule Excel à entrer dans la cellule B8 pour obtenir la valeur indiquée, ainsi que les valeurs des cellules C8 à F8 par simple recopie de cette formule.
- b) Comment a-t-on obtenu la valeur 0,01 de la cellule B9 ?
- c) Ecrire une formule Excel à entrer dans la cellule G9 pour obtenir la valeur indiquée.
- 5) a) Peut-on effectuer directement le test statistique à partir des calculs tels qu'ils sont présentés dans le tableau ci-dessus ? Si non, quelle(s) modification(s) faut-il faire ?
- b) Effectuer le test de khi-deux, au risque 5%, pour répondre à la question suivante : peut-on considérer que le caractère étudié suit une loi de Poisson ?
- 6) En déduire la probabilité qu'un assuré choisi au hasard ait au maximum 2 sinistres en une année.

Formulaire de Statistique Inférentielle

1) Estimateurs

Paramètre	Estimateur	Statistique et sa loi
μ	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$: Student à $n - 1$ d.d.l.
σ^2	$S_c^2 = \frac{n}{n-1} S^2$, avec $S^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \right) - (\bar{X})^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma^2} S_c^2$: Khi deux à $n - 1$ d.d.l.
p	$F = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$	$U = \frac{F - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$: Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si $np \geq 10$ et $n(1-p) \geq 10$

2) Intervalles de confiance au niveau $1 - \alpha$

Paramètre	Intervalle de confiance	Valeurs tabulées
μ	$i_\mu = \left[\bar{x} - \frac{S_c}{\sqrt{n}} t_\alpha, \bar{x} + \frac{S_c}{\sqrt{n}} t_\alpha \right]$	t_α tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1 - \alpha$
σ^2	$i_{\sigma^2} = \left[\frac{n-1}{b_\alpha} S_c^2, \frac{n-1}{a_\alpha} S_c^2 \right]$	a_α et b_α tels que $P(Y^2 \geq a_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2}$ $P(Y^2 \geq b_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$
p	$i_p = \left[f - \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} u_\alpha, f + \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} u_\alpha \right]$	u_α tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1 - \alpha$

3) Tests de conformité au risque α

H_0	H_1	Statistique de test	Valeur(s) test(s)
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$	t_α tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1 - \alpha$ t'_α tel que $P(T < t'_\alpha) = 1 - \alpha$, i.e. $t'_\alpha = t_{2\alpha}$ t''_α tel que $P(T \geq t''_\alpha) = 1 - \alpha$, i.e. $t''_\alpha = t_{2-2\alpha} = -t_{2\alpha}$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2} S_c^2$	a_α et b_α tels que $P(a_\alpha < Y^2 < b_\alpha) = 1 - \alpha$ b'_α tel que $P(Y^2 \geq b'_\alpha) = \alpha$, i.e. $b'_\alpha = b_{2\alpha}$ a''_α tel que $P(Y^2 \geq a''_\alpha) = 1 - \alpha$, i.e. $a''_\alpha = a_{2\alpha}$
$p = p_0$	$p \neq p_0$ $p > p_0$ $p < p_0$	$U = \frac{F - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	u_α tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1 - \alpha$ u'_α tel que $P(U < u'_\alpha) = 1 - \alpha$, i.e. $u'_\alpha = u_{2\alpha}$ u''_α tel que $P(U \geq u''_\alpha) = 1 - \alpha$, i.e. $u''_\alpha = -u_{2\alpha}$

Pour un intervalle de confiance de μ et/ou un test de conformité sur μ avec un grand échantillon, on peut remplacer la loi de Student par la loi Normale $\mathcal{N}(0; 1)$, et remplacer t_α , t'_α et t''_α par u_α , u'_α et u''_α .

4) Tests d'homogénéité au risque α

H_0	H_1	Statistique de test et sa loi	Valeur(s) test(s)
$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 \neq \sigma_2$	$F = \frac{S_{c,1}^2}{S_{c,2}^2}$: Snédécour à $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ d.d.l. si échantillons indépendants gaussiens	f_α tel que $P(F \geq f_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{S_{c,1}^2}{n_1} + \frac{S_{c,2}^2}{n_2}\right)}}$: Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si grands échantillons indépendants	u_α u'_α u''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{c,1,2} \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$: Student à $n_1 + n_2 - 2$ d.d.l. (approx.) si petits échantillons indép. gaussiens et si $\sigma_1 = \sigma_2$ avec $s_{c,1,2}^2 = \frac{(n_1-1)s_{c,1}^2 + (n_2-1)s_{c,2}^2}{n_1+n_2-2}$	t_α t'_α t''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \frac{\bar{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$, où $D = X_1 - X_2$: Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si grands échantillons appariés	u_α u'_α u''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \frac{\bar{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$, où $D = X_1 - X_2$: Student à $n - 1$ d.d.l. si petits échantillons appariés gaussiens	t_α t'_α t''_α
$p_1 = p_2$	$p_1 \neq p_2$ $p_1 > p_2$ $p_1 < p_2$	$U = \frac{F_1 - F_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)f_{1,2}(1-f_{1,2})}}$: Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si $n_1 f_1 \geq 5, n_1(1-f_1) \geq 5,$ $n_2 f_2 \geq 5, n_2(1-f_2) \geq 5,$ avec $f_{1,2} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}$	u_α u'_α u''_α

5) Test d'ajustement à une loi théorique à r modalités au risque α

Hypothèse H_0 : le caractère suit la loi théorique. Hypothèse H_1 : \bar{H}_0 .

$$\text{Statistique de test : } D = \sum_{i=1}^r \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}.$$

Loi de D : khi deux à $r - 1 - k$ d.d.l.

Valeur test : b_α tel que $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$.

6) Test d'indépendance entre deux caractères à r et s modalités au risque α

Hypothèse H_0 : les deux caractères sont indépendants. Hypothèse H_1 : \bar{H}_0 .

$$\text{Statistique de test : } D = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{(N_{ij} - n_{i \cdot}^* n_{\cdot j}^*)^2}{n_{i \cdot}^* n_{\cdot j}^*}, \text{ avec } n_{i \cdot}^* = \frac{n_{i \cdot} \cdot n_{\cdot j}}{n}, n_{i \cdot} = \sum_{j=1}^s n_{ij} \text{ et } n_{\cdot j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}.$$

Loi de D : khi deux à $(r - 1)(s - 1)$ d.d.l.

Valeur test : b_α tel que $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$.

TABLE 1

Fonction de répartition de la loi normale réduite

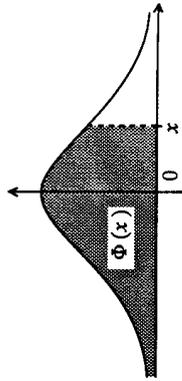
Si U suit la loi normale réduite, pour $x \geq 0$, la table donne la valeur :

$$\phi(x) = P(U \leq x).$$

La valeur x s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

Pour $x < 0$, on a :

$$\phi(x) = 1 - \phi(-x).$$



x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6891	0,6928	0,6965	0,7001	0,7037	0,7072	0,7108	0,7143	0,7179	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

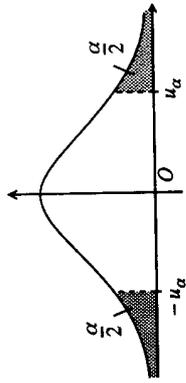
TABLE 2

Loi normale réduite (table de l'écart réduit)

Si U est une variable aléatoire qui suit la loi normale réduite, la table donne, pour α choisi, la valeur u_α telle que :

$$P(|U| \geq u_\alpha) = \alpha.$$

La valeur α s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

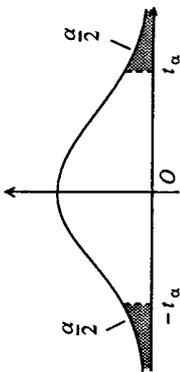


α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	∞	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,1	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,2	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,3	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,4	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,5	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,6	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,7	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,8	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,9	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

TABLE 3

Lois de Student

Si T est une variable aléatoire qui suit la loi de Student à v degrés de liberté, la table donne, pour α choisi, le nombre t_α tel que $P(|T| \geq t_\alpha) = \alpha$.



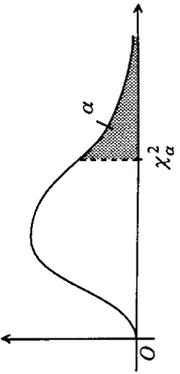
α \ v	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,681	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,679	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,677	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Lorsque le degré de liberté est infini, il s'agit du nombre u_α correspondant à la loi normale centrée réduite (cf. table 2).

TABLE 4

Lois de Pearson ou lois du χ^2

Si Y^2 est une variable aléatoire qui suit la loi du χ^2 à v degrés de liberté, la table donne, pour α choisi, le nombre χ^2_α tel que $P(Y^2 \geq \chi^2_\alpha) = \alpha$.



α \ v	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,001
1	0,0002	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	10,83
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	13,82
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	16,27
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	18,47
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	20,52
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	22,46
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,47	24,32
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	26,13
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	27,88
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	29,59
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,92	24,72	31,26
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	32,91
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	34,53
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	36,12
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	37,70
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,84	32,00	39,25
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,19	33,41	40,79
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,80	42,31
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	43,82
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	45,32
21	8,90	10,28	11,59	13,24	29,61	32,67	35,48	38,93	46,80
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	48,27
23	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	49,73
24	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,41	39,37	42,98	51,18
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	52,62
26	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,88	41,92	45,64	54,05
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	55,48
28	13,57	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	56,89
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	58,30
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	59,70

Lorsque le degré de liberté v est tel que $v > 30$, la variable aléatoire :

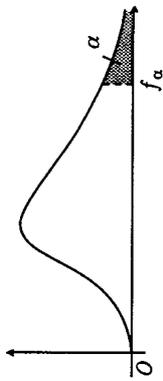
$$U = \sqrt{2Y^2 - \sqrt{2v}} - 1$$

suit à peu près la loi normale réduite.

TABLE 5

Lois de Snédécór ($\alpha = 0,025$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécór à (v_1, v_2) degrés de liberté, la table donne le nombre f_α tel que $P(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0,025$.

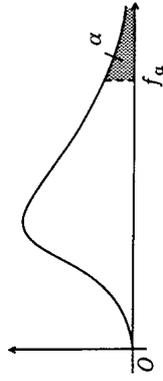


$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	648	800	864	900	922	937	957	969	985	993	1001	1018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	13,9
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,53	2,39	2,18	2,07	1,94	1,64
50	5,34	3,98	3,39	3,06	2,83	2,67	2,46	2,32	2,11	1,99	1,87	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,41	2,27	2,06	1,94	1,82	1,48
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,36	2,21	2,00	1,88	1,75	1,40
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,32	2,18	1,97	1,85	1,71	1,35
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,19	2,05	1,83	1,71	1,57	1,00

TABLE 6

Lois de Snédécór ($\alpha = 0,05$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécór à (v_1, v_2) degrés de liberté, la table donne le nombre f_α tel que $P(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0,05$.



$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00