Université de Picardie Jules Verne **2012-2013**
UFR des Sciences

Licence mention Mathématiques - Semestre 3
Statistique
Examen du lundi 7 janvier 2013

Durée 2h00
Tout document interdit - Calculatrices autorisées

Exercice 1

1) Dans une population donnée, on considère un caractère qualitatif à deux modalités A et B, représenté par une variable aléatoire X de loi de Bernoulli de paramètre p, où p est la proportion d'individus ayant la modalité A dans la population, avec $p \in]0;1[$. On considère un échantillon $(X_1,\dots,X_n)$ de taille n de X, où n est un entier naturel tel que $np \geq 10$ et $n(1-p) \geq 10$. On désigne par $F = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$ la fréquence d'échantillon. Soit $\alpha \in]0;1[$.

a) On suppose dans cette question que p est connu. Déterminer, en détaillant les calculs, un intervalle de fluctuation de F (autour de p) au niveau $1-\alpha$. Expliquer ce que signifie le résultat obtenu.

b) On suppose dans cette question que p est inconnu. Déterminer, en détaillant les calculs, un intervalle de confiance de p au niveau $1-\alpha$. Expliquer ce que signifie le résultat obtenu.

Un particulier souhaite acheter, auprès d'un producteur, des bottes de paille pour l'isolation de sa maison.

2) On prélève au hasard une botte de paille dans la production du 20 juillet 2012.

a) On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque botte ainsi prélevée, associe son épaisseur exprimée en millimètres. On admet que X suit la loi normale $\mathcal{N}(360;18)$. Calculer la probabilité $P(350 \leq X \leq 370)$.

b) Voici un extrait d'une feuille Excel :

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Loi Normale N(μ;σ)**			**μ =**	360	**σ =**	18
2							
3	**x**	330	340	350	360	370	380
4	**F_X(x)=P(X≤x)**	0,0478	0,1333	0,2893	0,5000	0,7107	0,8667

Donner une instruction à écrire dans la cellule B4 afin de pouvoir en effectuer une copie dans les cellules C4, ..., G4. Comment peut-on alors retrouver le résultat du 2) a) à partir de ce tableau ?

c) On désigne par Y la variable aléatoire qui, à chaque botte prélevée, associe sa densité exprimée en kg/m^3. On admet que Y suit la loi normale de moyenne 100 et d'écart type 5. Calculer la probabilité qu'une botte prélevée ait une densité comprise entre 90 kg/m^3 et 110 kg/m^3.

d) On suppose que les variables aléatoires X et Y sont indépendantes. Une botte de paille est conforme aux normes d'isolation si son épaisseur, exprimée en millimètres, appartient à l'intervalle $[350;370]$ et si sa densité, exprimée en kg/m^3, appartient à l'intervalle $[90;110]$. Calculer la probabilité qu'une botte prélevée dans la production de cette journée soit conforme aux normes d'isolation.

3) On considère un stock important de bottes de paille, dont une partie est destinée à un usage d'isolation. On suppose que lorsqu'on prélève une botte au hasard dans ce stock, l'événement C " la botte prélevée est conforme aux normes d'isolation " a une probabilité égale à $0,4$.

On prélève au hasard 5 bottes de paille dans le stock pour vérification de la conformité aux normes d'isolation. Le stock est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 5 bottes. On considère la variable aléatoire Z qui, à tout prélèvement de 5 bottes ainsi défini, associe le nombre de bottes de paille conformes aux normes d'isolation.

a) Justifier que la variable aléatoire Z suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b) Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, toutes les bottes de paille soient conformes aux normes d'isolation.

c) Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au moins quatre bottes de paille soient conformes aux normes d'isolation.

4) Dans cette question, on considère les 10000 bottes de paille produites le 22 juillet 2012. On prélève au hasard un échantillon de 50 bottes de paille dans cette production. On constate que 38 bottes de paille de cet échantillon sont conformes aux normes d'isolation.

a) Préciser la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon. Indiquer le(s) estimateur(s) mis en jeu dans la suite.

b) Donner une estimation ponctuelle de la proportion de bottes de paille conformes aux normes d'isolation dans la production.

c) Donner un intervalle de confiance au niveau 95% de la proportion de bottes de paille conformes aux normes d'isolation dans la production.

d) On considère l'affirmation suivante : " la proportion de bottes de paille conformes aux normes d'isolation dans la production appartient obligatoirement à l'intervalle de confiance obtenu à la question 4) c) ". Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier la réponse.

e) Effectuer un test statistique, au risque 5%, pour répondre à la question suivante : peut-on considérer que la proportion de bottes de paille conformes aux normes d'isolation dans la production est supérieure à 0,8 ?

f) Le résultat du 4) e) pouvait-il être obtenu directement à partir du résultat du 4) c) ?

Exercice 2

On administre des somnifères à deux groupes de malades A et B comprenant respectivement 50 et 100 individus. Le groupe A reçoit un nouveau somnifère, le groupe B reçoit l'ancien.

Les patients du groupe A ont dormi 7,82 heures en moyenne avec un écart-type corrigé de 0,24 heures ; ceux du groupe B ont dormi 6,75 heures en moyenne avec un écart-type corrigé de 0,30 heures.

1) Déterminer un intervalle de confiance au niveau 95 % pour le nombre moyen d'heures de sommeil d'un patient recevant le nouveau somnifère. Même question pour un patient recevant l'ancien somnifère.

2) Effectuer un test statistique au risque 5% pour savoir si le nouveau somnifère est plus efficace que l'ancien ? Le résultat de ce test est-il fiable ? Pouvait-on prévoir ce résultat à partir des résultats de la question 1) ?

Exercice 3

Un échantillon aléatoire de 1367 étudiants diplômés en 2012 a donné la répartition suivante :

	Licence	Master	Doctorat
Masculin	534	154	23
Féminin	515	131	10

Effectuer un test statistique au risque 5% pour répondre à la question suivante : le sexe et le niveau de diplôme obtenu sont-ils liés ? Le résultat est-il le même au risque 10 % ? Justifier et commenter la réponse.

Exercice 4

Le tableau 1 présente les pourcentages dans la population française des différents groupes sanguins. Le tableau 2 présente les résultats obtenus par le centre de transfusion sanguine d'Amiens sur 5000 donneurs.

Facteur \ Groupe	O	A	B	AB
Rhésus +	37,0 %	38,1 %	6,2 %	2,8 %
Rhésus -	7,0 %	7,2 %	1,2 %	0,5 %

Tableau 1

Facteur \ Groupe	O	A	B	AB
Rhésus +	2291	1631	282	79
Rhésus -	325	332	48	12

Tableau 2

1) Pour chacune des questions a) et b) suivantes, indiquer un test statistique permettant de répondre au rique 5%. On ne demande pas d'effectuer le test, mais seulement d'indiquer quel test peutt être mis en oeuvre, en précisant population(s) et caractère(s) étudié(s), taille(s) d'échantillon, valeurs numériques utilisées.

a) Le type O+ est-il significativement plus fréquent à Amiens qu'au niveau national ?

b) Parmi les individus de groupe O, la fréquence du rhésus positif est elle significativement plus élevée à Amiens qu'au niveau national?

2) A quel test statistique correspondent les calculs présentés dans l'extrait d'une feuille Excel présenté ci-dessous ? A quelle décision ce test conduit-il ? Expliquer le résultat obtenu.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x_i	O +	A +	B +	AB +	O -	A -	B -	AB -	Total
2	n_i	2291	1631	282	79	325	332	48	12	5000
3	p_i	0,370	0,381	0,062	0,028	0,070	0,072	0,012	0,005	1
4	np_i	1850	1905	310	140	350	360	60	25	5000
5	(n_i-np_i)^2/np_i	105,12	39,41	2,53	26,58	1,79	2,18	2,40	6,76	186,77

Formulaire de Statistique Inférentielle

1) Estimateurs

Paramètre	Estimateur	Statistique et sa loi
μ	$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$	$T = \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}} : \begin{cases} \text{Student à } n-1 \text{ d.d.l.} \\ \text{si échantillon gaussien} \end{cases}$
σ^2	$S_c^2 = \frac{n}{n-1}S^2$, avec $S^2 = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right) - (\overline{X})^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma^2}S_c^2 : \begin{cases} \text{Khi deux à } n-1 \text{ d.d.l.} \\ \text{si échantillon gaussien} \end{cases}$
p	$F = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$	$U = \frac{F-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si $np \geq 10$ et $n(1-p) \geq 10$

2) Intervalles de confiance au niveau $1-\alpha$

Paramètre	Intervalle de confiance	Valeurs tabulées
μ	$i_\mu = \left[\overline{x} - \frac{s_c}{\sqrt{n}}t_\alpha \ , \ \overline{x} + \frac{s_c}{\sqrt{n}}t_\alpha\right]$	t_α tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1-\alpha$
σ^2	$i_{\sigma^2} = \left[\frac{n-1}{b_\alpha}s_c^2 \ , \ \frac{n-1}{a_\alpha}s_c^2\right]$	a_α et b_α tels que $P(Y^2 \geq a_\alpha) = 1-\frac{\alpha}{2}$, $P(Y^2 \geq b_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$
p	$i_p = \left[f - \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}\,u_\alpha \ , \ f + \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}\,u_\alpha\right]$	u_α tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1-\alpha$

3) Tests de conformité au risque α

H_0	H_1	Statistique de test	Valeur(s) test(s)
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$	t_α tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1-\alpha$ t'_α tel que $P(T < t'_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $t'_\alpha = t_{2\alpha}$ t''_α tel que $P(T \geq t''_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $t''_\alpha = t_{2-2\alpha} = -t_{2\alpha}$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2}S_c^2$	a_α et b_α tels que $P(a_\alpha < Y^2 < b_\alpha) = 1-\alpha$ b'_α tel que $P(Y^2 \geq b'_\alpha) = \alpha$, i.e. $b'_\alpha = b_{2\alpha}$ a''_α tel que $P(Y^2 \geq a''_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $a''_\alpha = a_{2\alpha}$
$p = p_0$	$p \neq p_0$ $p > p_0$ $p < p_0$	$U = \frac{F-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	u_α tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1-\alpha$ u'_α tel que $P(U < u'_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $u'_\alpha = u_{2\alpha}$ u''_α tel que $P(U \geq u''_\alpha) = 1-\alpha$, i.e. $u''_\alpha = -u_{2\alpha}$

Pour un intervalle de confiance de μ et/ou un test de conformité sur μ avec un grand échantillon (quelconque), on peut approcher la loi de Student par la loi Normale $\mathcal{N}(0;1)$, et remplacer t_α, t'_α et t''_α par u_α, u'_α et u''_α.

4) Tests d'homogénéité au risque α

H$_0$	**H$_1$**	**Statistique de test et sa loi sous l'hypothèse H$_0$**	**Valeur(s) test(s)**
$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 \neq \sigma_2$	$F = \dfrac{S_{c,1}^2}{S_{c,2}^2}$: Snédécor à (n_1-1, n_2-1) d.d.l. si échantillons indépendants gaussiens	f_α tel que$P(F \geq f_\alpha) = \dfrac{\alpha}{2}$ en travaillant avec $f \geq 1$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\left(\dfrac{S_{c,1}^2}{n_1} + \dfrac{S_{c,2}^2}{n_2}\right)}}$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si grands échantillons indépendants	u_α u'_α u''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{s_{c,1,2}\sqrt{\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$: Student à $n_1 + n_2 - 2$ d.d.l. (approx.) si petits échantillons indép. gaussiens et si $\sigma_1 = \sigma_2$ avec $s_{c,1,2}^2 = \frac{(n_1-1)s_{c,1}^2+(n_2-1)s_{c,2}^2}{n_1+n_2-2}$	t_α t'_α t''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \dfrac{\overline{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$, où $D = X_1 - X_2$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si grands échantillons appariés	u_α u'_α u''_α
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \dfrac{\overline{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$, où $D = X_1 - X_2$: Student à $n-1$ d.d.l. si petits échantillons appariés gaussiens	t_α t'_α t''_α
$p_1 = p_2$	$p_1 \neq p_2$ $p_1 > p_2$ $p_1 < p_2$	$U = \dfrac{F_1 - F_2}{\sqrt{(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})f_{1,2}(1-f_{1,2})}}$: Normale $\mathcal{N}(0;1)$ (approx.) si $n_1 f_1 \geq 5$, $n_1(1-f_1) \geq 5$, $n_2 f_2 \geq 5$, $n_2(1-f_2) \geq 5$, avec $f_{1,2} = \dfrac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}$	u_α u'_α u''_α

5) Test d'ajustement à une loi théorique à r modalités au risque α

Hypothèse H_0 : le caractère suit la loi théorique définie par les probabilités p_i.
Hypothèse H_1 : $\overline{H_0}$.
Statistique de test : $D = \displaystyle\sum_{i=1}^{r} \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}$.
Loi de D sous l'hypothèse H_0 : khi deux à $r - 1 - k$ d.d.l.
Valeur test : b_α tel que $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$.

6) Test d'indépendance entre deux caractères à r et s modalités au risque α

Hypothèse H_0 : les deux caractères sont indépendants.

Hypothèse H_1 : $\overline{H_0}$.
Statistique de test : $D = \displaystyle\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \frac{(N_{i,j} - np_{i,j})^2}{np_{i,j}}$, avec $np_{i,j} = \dfrac{n_{i,\bullet}\ n_{\bullet,j}}{n}$, $n_{i,\bullet} = \displaystyle\sum_{j=1}^{s} n_{i,j}$ et $n_{\bullet,j} = \displaystyle\sum_{i=1}^{r} n_{i,j}$.
Loi de D sous l'hypothèse H_0 : khi deux à $(r-1)(s-1)$ d.d.l.
Valeur test : b_α tel que $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$.

TABLE 1

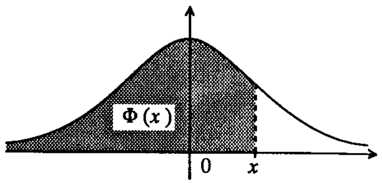
Fonction de répartition de la loi normale réduite

Si U suit la loi normale réduite, pour $x \geqslant 0$, la table donne la valeur :

$\phi(x) = P(U \leqslant x)$.

La valeur x s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.
Pour $x < 0$, on a :

$\phi(x) = 1 - \phi(-x)$.



x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

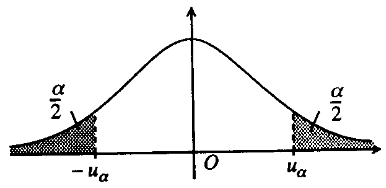
TABLE 2

Loi normale réduite (table de l'écart réduit)

Si U est une variable aléatoire qui suit la loi normale réduite, la table donne, pour α choisi, la valeur u_α telle que :

$P(|U| \geqslant u_\alpha) = \alpha$.

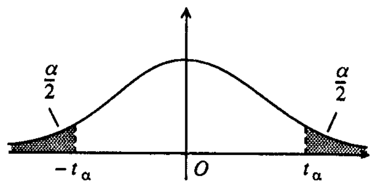
La valeur α s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.



α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	∞	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,1	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,2	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,3	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,4	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,5	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,6	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,7	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,8	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,9	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

TABLE 3

Lois de Student



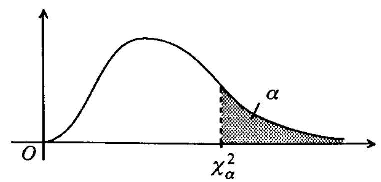
Si T est une variable aléatoire qui suit la loi de Student à ν degrés de liberté, la table donne, pour α choisi, le nombre t_α tel que $P(|T| \geqslant t_\alpha) = \alpha$.

ν \ α	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,681	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,679	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,677	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Lorsque le degré de liberté est infini, il s'agit du nombre u_α correspondant à la loi normale centrée réduite (*cf.* table 2).

TABLE 4

Lois de Pearson ou lois du χ^2



Si Y^2 est une variable aléatoire qui suit la loi du χ^2 à ν degrés de liberté, la table donne, pour α choisi, le nombre χ^2_α tel que $P(Y^2 \geqslant \chi^2_\alpha) = \alpha$.

ν \ α	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,001
1	0,000 2	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	10,83
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	13,82
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	16,27
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	18,47
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	20,52
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	22,46
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,47	24,32
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	26,13
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	27,88
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	29,59
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,92	24,72	31,26
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	32,91
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	34,53
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	36,12
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	37,70
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,84	32,00	39,25
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,19	33,41	40,79
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,80	42,31
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	43,82
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	45,32
21	8,90	10,28	11,59	13,24	29,61	32,67	35,48	38,93	46,80
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	48,27
23	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	49,73
24	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,41	39,37	42,98	51,18
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	52,62
26	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,88	41,92	45,64	54,05
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	55,48
28	13,57	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	56,89
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	58,30
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	59,70

Lorsque le degré de liberté ν est tel que $\nu > 30$, la variable aléatoire :

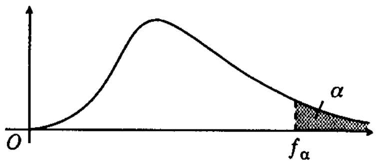
$U = \sqrt{2Y^2} - \sqrt{2\nu - 1}$

suit à peu près la loi normale réduite.

TABLE 5

Lois de Snédécor ($\alpha = 0{,}025$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté, la table donne le nombre f_α tel que $P(F \geqslant f_\alpha) = \alpha = 0{,}025$.

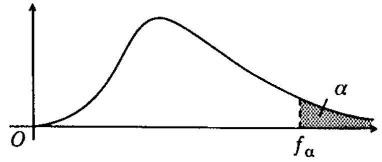


ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	648	800	864	900	922	937	957	969	985	993	1 001	1 018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	13,9
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,53	2,39	2,18	2,07	1,94	1,64
50	5,34	3,98	3,39	3,06	2,83	2,67	2,46	2,32	2,11	1,99	1,87	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,41	2,27	2,06	1,94	1,82	1,48
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,36	2,21	2,00	1,88	1,75	1,40
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,32	2,18	1,97	1,85	1,71	1,35
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,19	2,05	1,83	1,71	1,57	1,00

TABLE 6

Lois de Snédécor ($\alpha = 0{,}05$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté, la table donne le nombre f_α tel que $P(F \geqslant f_\alpha) = \alpha = 0{,}05$.



ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00