

Licence mention Mathématiques et mention Informatique parcours MIAGE - Semestre 3  
Statistique et Probabilités  
Examen du lundi 10 janvier 2011

Durée 2h00

Tout document interdit - Calculatrices autorisées

**Exercice 1**

Un jouet pour enfant de moins de 36 mois possède une pièce cylindrique collée qui ne doit pas pouvoir être arrachée par l'enfant (risque d'ingestion). Plus précisément, la norme de sécurité impose que la résistance mécanique moyenne à l'arrachement d'un jouet doit être strictement supérieure à 10 daN.

1) Un laboratoire spécialisé réalise un test d'arrachement sur un échantillon de 21 jouets prélevés au hasard dans une grande production de la marque A. Les résultats obtenus sont les suivants :

Résistance (en daN)	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13
Nombre de jouets	1	1	4	5	3	2	1	2	1	1

a) Préciser la population et le caractère étudiés. Expliquer pourquoi on peut considérer que ce caractère est une variable aléatoire. Préciser en particulier l'expérience aléatoire et l'espace probabilisé permettant cette modélisation.

b) Préciser la taille d'échantillon, le(s) estimateur(s) mis en jeu et leur loi. Préciser les hypothèses éventuelles à faire sur la variable étudiée pour connaître la loi des estimateurs.

c) Donner une estimation ponctuelle de la moyenne et de l'écart-type de la résistance mécanique à l'arrachement d'un jouet de la marque A.

d) Donner un intervalle de confiance au niveau 95% de la résistance mécanique moyenne à l'arrachement d'un jouet. Peut-on en déduire que la norme de sécurité est respectée ? Expliquer.

e) Effectuer un test statistique au risque 5% pour savoir si la norme de sécurité est respectée.

2) Le laboratoire a réalisé un autre test d'arrachement sur un échantillon de 25 jouets prélevés au hasard dans une grande production de la marque B. Les résultats obtenus sur la résistance mécanique à l'arrachement de ces 25 jouets donnent une moyenne de 11 daN et un écart-type corrigé de 1,2 daN.

Effectuer le(s) test(s) statistique(s) adéquat(s) pour savoir si on peut considérer, au risque 5%, que les deux marques A et B proposent des jouets ayant la même résistance mécanique à l'arrachement.

**Exercice 2**

1) Dans une population donnée, on considère un caractère qualitatif à deux modalités A et B, représenté par une variable aléatoire  $X$  de loi de Bernoulli de paramètre  $p$ , où  $p$  est la proportion d'individus ayant la modalité A dans la population, avec  $p \in ]0; 1[$ . On considère un échantillon  $(X_1, \dots, X_n)$  de taille  $n$  de  $X$ , où  $n$  est un entier

naturel tel que  $np \geq 10$  et  $n(1-p) \geq 10$ . On désigne par  $F = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$  la fréquence d'échantillon.

Soit  $\alpha$  un réel tel que  $\alpha \in ]0; 1[$ .

a) On suppose dans cette question que  $p$  est connu. Déterminer, en détaillant les calculs, un intervalle de fluctuation de  $F$  (autour de  $p$ ) au niveau  $1 - \alpha$ . Expliquer ce que signifie le résultat obtenu.

b) On suppose dans cette question que  $p$  est inconnu. Déterminer, en détaillant les calculs, un intervalle de confiance de  $p$  au niveau  $1 - \alpha$ . Expliquer ce que signifie le résultat obtenu.

2) On s'intéresse aux allergies déclenchées par un certain médicament. Dans une population de grand effectif, on a observé que 40 % des individus sont allergiques à ce médicament. Ces allergies sont détectées par des tests effectués en laboratoire. On examine un échantillon de 200 individus choisis au hasard et on observe que 68 individus révèlent une allergie à ce médicament.

a) Préciser la population et le caractère étudié, la taille d'échantillon, le(s) estimateur(s) mis en jeu.

b) Utiliser les résultats de la question 1) pour savoir l'échantillon est représentatif de la population pour cette allergie.

c) Expliquer brièvement ce que représentent les erreurs de première et deuxième espèce d'un test statistique.

d) Effectuer un test statistique au risque 5%, puis 10%, pour savoir si l'échantillon est représentatif de la population pour cette allergie. En cas de décisions contradictoires avec les deux risques 5% et 10%, préciser et justifier la décision à retenir.

**Exercice 3.**

Pour comparer l'efficacité de deux médicaments agissant sur la même maladie, mais aux prix très différents, l'Assurance Maladie a effectué une enquête sur les guérisons obtenues en suivant chacun des traitements. Les résultats obtenus sur 250 assurés sont consignés dans le tableau suivant :

Résultat \ Médicament	Médicament + cher	Médicament - cher
Guérisons	44	156
Non guérisons	6	44

1) Indiquer deux tests statistiques différents que l'on peut mettre en oeuvre pour savoir, au risque 5%, si le prix du médicament a une influence sur la guérison. Préciser seulement le contexte et les hypothèses testées, sans effectuer les tests.

2) Effectuer un des deux tests et commenter le résultat obtenu.

**Exercice 4.**

1) On lance 5 fois un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6. On désigne par  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de fois où le 1 est obtenu. Justifier que  $X$  suit la loi binomiale  $\mathcal{B}\left(5; \frac{1}{6}\right)$ .

Pour vérifier cela, un joueur incrédule décide de faire 30 séries de 5 lancers successifs, et observe pour chaque série le nombre de fois où le 1 est obtenu. Le joueur utilise alors le logiciel Excel pour traiter statistiquement les résultats obtenus. Voici un extrait de sa feuille de calcul :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<b>Nombre de 1 dans 30 séries de 5 lancers</b>				<b>Test de khi-deux de conformité à une loi binomiale</b>								
2													
3	1	1	0		Nombre de lancers pour une série					5			
4	1	0	0		Probabilité d'obtenir 1 en un lancer					0,1667			
5	2	0	1										
6	1	0	2		$x_i$	0	1	2	3	4	5	TOTAL	
7	1	1	1		$n_i$	12	13	5	0	0	0	30	
8	1	2	0		$p_i$	0,4019	0,4019	0,1608	0,0322	0,0032	0,0001	1	
9	0	2	1		$np_i$	12,06	12,06	4,82	0,96	0,10	0,00	30	
10	2	0	1		$d_i$	0,00	0,07	0,01	0,96	0,10	0,00	1,15	
11	1	1	0										
12	0	0	0										
13													

- 2) a) Préciser la population et le caractère étudiés. Préciser la taille d'échantillon.  
 b) Ecrire une formule Excel à entrer dans la cellule F7 pour obtenir la valeur indiquée, ainsi que les valeurs des cellules G7 à K7 par simple recopie de cette formule.  
 c) Ecrire deux formules Excel différentes à entrer dans la cellule L7 pour obtenir la valeur indiquée.
- 3) Les valeurs  $p_i$  correspondent aux probabilités théoriques de la loi Binomiale testée.  
 a) Ecrire une formule Excel à entrer dans la cellule F8 pour obtenir la valeur indiquée, ainsi que les valeurs des cellules G8 à K8 par simple recopie de cette formule.  
 b) Ecrire une formule Excel à entrer dans la cellule F9 pour obtenir la valeur indiquée, ainsi que les valeurs des cellules G9 à K9 par simple recopie de cette formule.  
 c) Comment a-t-on obtenu la valeur 0,00 de la cellule F10 ?
- 4) a) Peut-on effectuer directement le test statistique à partir des calculs tels qu'ils sont présentés dans le tableau ci-dessus ? Si oui, justifier. Si non, quelle(s) modification(s) faut-il faire ?  
 b) Effectuer le test de khi-deux, au risque 5%, pour répondre à la question suivante : peut-on considérer que le caractère étudié suit la loi Binomiale  $\mathcal{B}\left(5; \frac{1}{6}\right)$  ?  
 c) Le joueur est-il convaincu ?

## Formulaire de Statistique Inférentielle

### 1) Estimateurs

Paramètre	Estimateur	Statistique et sa loi
$\mu$	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$ : $\left\{ \begin{array}{l} \text{Student à } n - 1 \text{ d.d.l.} \\ \text{si échantillon gaussien} \end{array} \right.$
$\sigma^2$	$S_c^2 = \frac{n}{n-1} S^2$ , avec $S^2 = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \right) - (\bar{X})^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma^2} S_c^2$ : $\left\{ \begin{array}{l} \text{Khi deux à } n - 1 \text{ d.d.l.} \\ \text{si échantillon gaussien} \end{array} \right.$
$p$	$F = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$	$U = \frac{F - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si $np \geq 10$ et $n(1-p) \geq 10$

### 2) Intervalles de confiance au niveau $1 - \alpha$

Paramètre	Intervalle de confiance	Valeurs tabulées
$\mu$	$i_\mu = \left[ \bar{x} - \frac{S_c}{\sqrt{n}} t_\alpha, \bar{x} + \frac{S_c}{\sqrt{n}} t_\alpha \right]$	$t_\alpha$ tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1 - \alpha$
$\sigma^2$	$i_{\sigma^2} = \left[ \frac{n-1}{b_\alpha} S_c^2, \frac{n-1}{a_\alpha} S_c^2 \right]$	$a_\alpha$ et $b_\alpha$ tels que $\begin{array}{l} P(Y^2 \geq a_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2} \\ P(Y^2 \geq b_\alpha) = \frac{\alpha}{2} \end{array}$
$p$	$i_p = \left[ f - \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} u_\alpha, f + \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} u_\alpha \right]$	$u_\alpha$ tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1 - \alpha$

### 3) Tests de conformité au risque $\alpha$

$H_0$	$H_1$	Statistique de test	Valeur(s) test(s)
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$	$t_\alpha$ tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1 - \alpha$ $t'_\alpha$ tel que $P(T < t'_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $t'_\alpha = t_{2\alpha}$ $t''_\alpha$ tel que $P(T \geq t''_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $t''_\alpha = t_{2-2\alpha} = -t_{2\alpha}$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2} S_c^2$	$a_\alpha$ et $b_\alpha$ tels que $P(a_\alpha < Y^2 < b_\alpha) = 1 - \alpha$ $b'_\alpha$ tel que $P(Y^2 \geq b'_\alpha) = \alpha$ , i.e. $b'_\alpha = b_{2\alpha}$ $a''_\alpha$ tel que $P(Y^2 \geq a''_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $a''_\alpha = a_{2\alpha}$
$p = p_0$	$p \neq p_0$ $p > p_0$ $p < p_0$	$U = \frac{F - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$u_\alpha$ tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1 - \alpha$ $u'_\alpha$ tel que $P(U < u'_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $u'_\alpha = u_{2\alpha}$ $u''_\alpha$ tel que $P(U \geq u''_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $u''_\alpha = -u_{2\alpha}$

Pour un intervalle de confiance de  $\mu$  et/ou un test de conformité sur  $\mu$  avec un grand échantillon (quelconque), on peut approcher la loi de Student par la loi Normale  $\mathcal{N}(0; 1)$ , et remplacer  $t_\alpha$ ,  $t'_\alpha$  et  $t''_\alpha$  par  $u_\alpha$ ,  $u'_\alpha$  et  $u''_\alpha$ .

#### 4) Tests d'homogénéité au risque $\alpha$

$H_0$	$H_1$	Statistique de test et sa loi sous l'hypothèse $H_0$	Valeur(s) test(s)
$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 \neq \sigma_2$	$F = \frac{S_{c,1}^2}{S_{c,2}^2}$ : Snédécour à $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ d.d.l. si échantillons indépendants gaussiens	$f_\alpha$ tel que $P(F \geq f_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$ en travaillant avec $f \geq 1$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{S_{c,1}^2}{n_1} + \frac{S_{c,2}^2}{n_2}\right)}}$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si grands échantillons indépendants	$u_\alpha$ $u'_\alpha$ $u''_\alpha$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{c,1,2} \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$ : Student à $n_1 + n_2 - 2$ d.d.l. (approx.) si petits échantillons indép. gaussiens et si $\sigma_1 = \sigma_2$ avec $s_{c,1,2}^2 = \frac{(n_1-1)s_{c,1}^2 + (n_2-1)s_{c,2}^2}{n_1+n_2-2}$	$t_\alpha$ $t'_\alpha$ $t''_\alpha$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \frac{\bar{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$ , où $D = X_1 - X_2$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si grands échantillons appariés	$u_\alpha$ $u'_\alpha$ $u''_\alpha$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \frac{\bar{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$ , où $D = X_1 - X_2$ : Student à $n - 1$ d.d.l. si petits échantillons appariés gaussiens	$t_\alpha$ $t'_\alpha$ $t''_\alpha$
$p_1 = p_2$	$p_1 \neq p_2$ $p_1 > p_2$ $p_1 < p_2$	$U = \frac{F_1 - F_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)f_{1,2}(1-f_{1,2})}}$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si $n_1 f_1 \geq 5, n_1(1-f_1) \geq 5,$ $n_2 f_2 \geq 5, n_2(1-f_2) \geq 5,$ avec $f_{1,2} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}$	$u_\alpha$ $u'_\alpha$ $u''_\alpha$

#### 5) Test d'ajustement à une loi théorique à $r$ modalités au risque $\alpha$

Hypothèse  $H_0$  : le caractère suit la loi théorique définie par les probabilités  $p_i$ .

Hypothèse  $H_1$  :  $\bar{H}_0$ .

$$\text{Statistique de test : } D = \sum_{i=1}^r \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}.$$

Loi de  $D$  sous l'hypothèse  $H_0$  : khi deux à  $r - 1 - k$  d.d.l.

Valeur test :  $b_\alpha$  tel que  $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$ .

#### 6) Test d'indépendance entre deux caractères à $r$ et $s$ modalités au risque $\alpha$

Hypothèse  $H_0$  : les deux caractères sont indépendants.

Hypothèse  $H_1$  :  $\bar{H}_0$ .

$$\text{Statistique de test : } D = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{(N_{ij} - np_{ij})^2}{np_{ij}}, \text{ avec } np_{ij} = \frac{n_{i\bullet} \cdot n_{\bullet j}}{n}, n_{i\bullet} = \sum_{j=1}^s n_{ij} \text{ et } n_{\bullet j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}.$$

Loi de  $D$  sous l'hypothèse  $H_0$  : khi deux à  $(r - 1)(s - 1)$  d.d.l.

Valeur test :  $b_\alpha$  tel que  $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$ .

**TABLE 1**

**Fonction de répartition de la loi normale réduite**

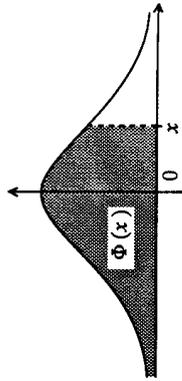
Si  $U$  suit la loi normale réduite, pour  $x \geq 0$ , la table donne la valeur :

$$\phi(x) = P(U \leq x).$$

La valeur  $x$  s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

Pour  $x < 0$ , on a :

$$\phi(x) = 1 - \phi(-x).$$



$x$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

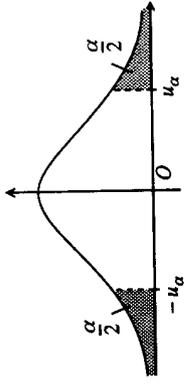
**TABLE 2**

**Loi normale réduite (table de l'écart réduit)**

Si  $U$  est une variable aléatoire qui suit la loi normale réduite, la table donne, pour  $\alpha$  choisi, la valeur  $u_\alpha$  telle que :

$$P(|U| \geq u_\alpha) = \alpha.$$

La valeur  $\alpha$  s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

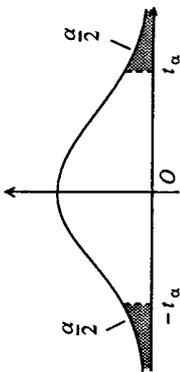


$\alpha$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	$\infty$	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,1	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,2	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,3	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,4	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,5	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,6	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,7	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,8	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,9	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

**TABLE 3**

**Lois de Student**

Si  $T$  est une variable aléatoire qui suit la loi de Student à  $v$  degrés de liberté, la table donne, pour  $\alpha$  choisi, le nombre  $t_\alpha$  tel que  $P(|T| \geq t_\alpha) = \alpha$ .



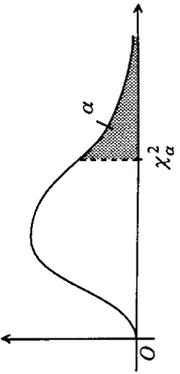
$v \backslash \alpha$	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,681	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,679	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,677	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
$\infty$	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Lorsque le degré de liberté est infini, il s'agit du nombre  $u_\alpha$  correspondant à la loi normale centrée réduite (cf. table 2).

**TABLE 4**

**Lois de Pearson ou lois du  $\chi^2$**

Si  $Y^2$  est une variable aléatoire qui suit la loi du  $\chi^2$  à  $v$  degrés de liberté, la table donne, pour  $\alpha$  choisi, le nombre  $\chi_\alpha^2$  tel que  $P(Y^2 \geq \chi_\alpha^2) = \alpha$ .



$v \backslash \alpha$	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,001
1	0,0002	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	10,83
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	13,82
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	16,27
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	18,47
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	20,52
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	22,46
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,47	24,32
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	26,13
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	27,88
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	29,59
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,92	24,72	31,26
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	32,91
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	34,53
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	36,12
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	37,70
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,84	32,00	39,25
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,19	33,41	40,79
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,80	42,31
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	43,82
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	45,32
21	8,90	10,28	11,59	13,24	29,61	32,67	35,48	38,93	46,80
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	48,27
23	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	49,73
24	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,41	39,37	42,98	51,18
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	52,62
26	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,88	41,92	45,64	54,05
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	55,48
28	13,57	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	56,89
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	58,30
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	59,70

Lorsque le degré de liberté  $v$  est tel que  $v > 30$ , la variable aléatoire :

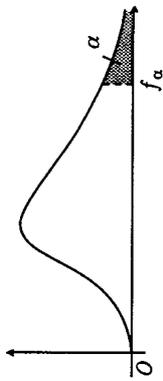
$$U = \sqrt{2Y^2 - 2v} - 1$$

suit à peu près la loi normale réduite.

**TABLE 5**

**Lois de Snédécór ( $\alpha = 0,025$ )**

Si  $F$  est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécór à  $(v_1, v_2)$  degrés de liberté, la table donne le nombre  $f_\alpha$  tel que  $P(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0,025$ .

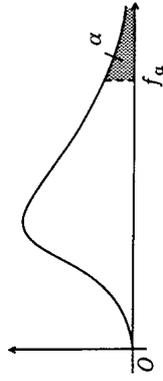


$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	$\infty$
1	648	800	864	900	922	937	957	969	985	993	1001	1018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	13,9
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,53	2,39	2,18	2,07	1,94	1,64
50	5,34	3,98	3,39	3,06	2,83	2,67	2,46	2,32	2,11	1,99	1,87	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,41	2,27	2,06	1,94	1,82	1,48
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,36	2,21	2,00	1,88	1,75	1,40
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,32	2,18	1,97	1,85	1,71	1,35
$\infty$	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,19	2,05	1,83	1,71	1,57	1,00

**TABLE 6**

**Lois de Snédécór ( $\alpha = 0,05$ )**

Si  $F$  est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécór à  $(v_1, v_2)$  degrés de liberté, la table donne le nombre  $f_\alpha$  tel que  $P(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0,05$ .



$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	$\infty$
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
$\infty$	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00