

**Licence mention Mathématiques et mention Informatique parcours MIAGE - Semestre 3**  
**Statistique et Probabilités**  
**Examen du lundi 4 janvier 2010**

*Durée 2h00*

*Tout document interdit - Calculatrices autorisées*

**Exercice 1**

Dans une très grande entreprise européenne, on s'est intéressé aux salariés ayant entre 3 et 5 ans d'expériences. Une étude portant sur l'ensemble des salariés hommes de l'entreprise a montré que le salaire (annuel) moyen d'un homme est de 28 000 €. Pour un échantillon de 10 femmes, on a obtenu les salaires (en milliers d'euros) suivants :

24 25 30 21 22 26 28 22 20 32

- 1) Préciser la population et le caractère étudiés. Expliquer pourquoi on peut considérer que ce caractère est une variable aléatoire. Préciser en particulier l'expérience aléatoire et l'espace probabilisé permettant cette modélisation.
- 2) Préciser la taille d'échantillon, le(s) estimateur(s) mis en jeu et leur loi. Préciser les hypothèses éventuelles à faire sur la variable étudiée pour connaître la loi des estimateurs.
- 3) Donner une estimation ponctuelle de la moyenne et de l'écart-type du salaire d'une femme.
- 4) a) Donner un intervalle de confiance au niveau 95% du salaire moyen d'une femme.  
b) Peut-on en déduire que les femmes ont un salaire moyen inférieur à celui des hommes ? Expliquer.
- 5) Effectuer un test statistique au risque 5% pour répondre à la question suivante : les femmes ont-elles un salaire moyen inférieur à celui des hommes ?

**Exercice 2**

*Dans cet exercice, les proportions (ou leur valeurs approchées) seront données avec 4 décimales.*

Un débat télévisé est organisé entre deux candidats à une élection. Un sondage fait auprès d'un échantillon de 200 électeurs a eu lieu avant le débat ; 94 électeurs déclaraient alors vouloir voter pour le candidat A. Un autre sondage a été effectué après le débat ; sur 150 électeurs interrogés, 85 ont déclaré vouloir voter pour le candidat A. On se demande si la proportion d'intentions de vote pour A a été modifiée par le débat.

- 1) Préciser la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon. Indiquer le(s) estimateur(s) mis en jeu dans la suite.
- 2) Expliquer brièvement ce que représentent les erreurs de première et deuxième espèce d'un test statistique.
- 3) Effectuer un test statistique au risque 5%, puis 10%, pour savoir si le débat a modifié les intentions de vote. En cas de décisions contradictoires avec les deux risques 5% et 10%, préciser et justifier la décision à retenir.

**Exercice 3.**

Lors d'une enquête menée dans la population française, on a interrogé 150 personnes, prises au hasard, sur leurs connaissances en langues étrangères. Plus précisément, chaque personne a indiqué la langue étrangère qu'il connaît le mieux. Les résultats obtenus sont les suivants :

Langue \ Sexe	Hommes	Femmes	Total
Anglais	34	26	60
Allemand	10	20	30
Espagnol	15	15	30
Aucune	21	9	30

Pour chaque question, préciser la(les) population(s), le(s) caractère(s) étudié(s), la(les) taille(s) d'échantillon.

- 1) Une précédente étude a montré que dans la population française (hommes et femmes confondus), les pourcentages de chacune des langues sont :

43% pour l'anglais, 17% pour l'allemand, 18% pour l'espagnol et 22% pour aucune.

Effectuer un test statistique, au risque 5%, pour répondre à la question suivante : l'échantillon observé est-il représentatif de la population française quant aux connaissances en langues étrangères ?

- 2) On souhaite maintenant étudier les éventuelles différences de connaissances en langues étrangères entre les hommes et les femmes. Effectuer un test statistique, au risque 5%, pour répondre à la question suivante : dans la population française, les connaissances en langues étrangères dépendent-elles du sexe ? Commenter le résultat.

#### Exercice 4.

Une étude a été menée pour comparer la teneur en vitamine C de deux variétés de pommes notées V1 et V2. Pour chaque variété, la teneur en vitamine C, exprimée en mg/(100g) a été mesurée dans 11 pommes prises au hasard dans la production de chaque variété. Les résultats obtenus sont présentés ci-dessous à l'aide du tableur Excel.

	A	B	C	D	E
1		série 1	série 2	série 3	série 4
2		93	95	91	95
3		95	97	97	97
4		96	98	96	98
5		95	97	92	97
6		92	94	92	94
7		96	96	96	96
8		95	95	95	95
9		95	96	95	96
10		95	96	97	96
11		96	97	97	97
12		98	98	98	98
13	nombre d'observations	11	11	11	11
14	moyenne	95,0909	96,2727	95,0909	96,2727
15	ecart-type corrigé	1,5783	1,2721	2,3856	1,2721
16					

On peut modéliser cette situation de la façon suivante. On a 2 populations  $P_1$  et  $P_2$ , où  $P_i$  est l'ensemble des pommes de la variété  $V_i$ . On désigne par  $X_1$  et  $X_2$  les variables aléatoires représentant la teneur en vitamine C d'une pomme dans chaque population. On suppose que  $X_1$  suit la loi normale  $\mathcal{N}(\mu_1; \sigma_1)$  et que  $X_2$  suit la loi  $\mathcal{N}(\mu_2; \sigma_2)$ .

1) On suppose que les séries 1 et 2 proviennent de pommes de Picardie, la série 1 correspondant à des pommes de variété V1, la série 2 à des pommes de variété V2.

a) Tester, au risque 5%, l'égalité des variances dans les deux populations  $P_1$  et  $P_2$ .

b) Effectuer un test statistique, au risque 5%, pour répondre à la question suivante : les deux variétés V1 et V2 ont-elles la même teneur moyenne en vitamine C ?

2) On suppose que les séries 3 et 4 proviennent de pommes du sud de la France, la série 3 correspondant à des pommes de variété V1, la série 4 à des pommes de variété V2.

a) Expliquer pourquoi, pour ces deux séries 3 et 4, on ne peut pas suivre la même démarche qu'au 1).

b) Lorsque l'on ne peut pas considérer que  $\sigma_1 = \sigma_2$ , le test d'Aspin-Welch permet quand même de tester l'égalité des deux moyennes. Ce test s'appuie sur la statistique  $T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_{c,1}^2}{n_1} + \frac{S_{c,2}^2}{n_2}}}$ . Sous l'hypothèse  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ,

$T$  suit la loi de Student à  $m$  degrés de liberté, où  $m$  est l'entier (le plus proche) obtenu par les formules

$$\frac{1}{m} = \frac{c^2}{n_1 - 1} + \frac{(1 - c)^2}{n_2 - 1}, \text{ avec } c = \frac{\frac{S_{c,1}^2}{n_1}}{\frac{S_{c,1}^2}{n_1} + \frac{S_{c,2}^2}{n_2}}.$$

Calculer  $c$ , puis  $m$ , et effectuer le test d'Aspin-Welch, au risque 5%, pour répondre à la question suivante : les deux variétés V1 et V2 ont-elles la même teneur moyenne en vitamine C ?

3) a) Ecrire des formules Excel à entrer dans les cellules B13, B14 et B15 pour obtenir les résultats indiqués.

b) Quelle fonction Excel permet d'obtenir la valeur test  $t_\alpha$  ?

4) On choisit une pomme au hasard dans une production picarde. On suppose que sa teneur en vitamine C est une variable aléatoire  $X$  de loi normale  $\mathcal{N}(95; 1,5)$ .

a) Calculer la probabilité que sa teneur en vitamine C soit supérieure à 97,5 mg/(100g).

b) Ecrire une formule Excel permettant de calculer cette probabilité.

5) On choisit 11 pommes au hasard dans la même production qu'au 4) et on désigne par  $Y$  la variable aléatoire égale au nombre de pommes obtenues ayant une teneur en vitamine C supérieure à 97.5 mg/(100g).

a) Quelle est la loi de probabilité de  $Y$  ? Justifier votre réponse.

b) Calculer la probabilité qu'au moins une pomme ait une teneur en vitamine C supérieure à 97.5 mg/(100g).

c) Ecrire une formule Excel permettant de calculer cette probabilité.

## Formulaire de Statistique Inférentielle

### 1) Estimateurs

Paramètre	Estimateur	Statistique et sa loi
$\mu$	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$ : $\left\{ \begin{array}{l} \text{Student à } n - 1 \text{ d.d.l.} \\ \text{si échantillon gaussien} \end{array} \right.$
$\sigma^2$	$S_c^2 = \frac{n}{n-1} S^2$ , avec $S^2 = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \right) - (\bar{X})^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma^2} S_c^2$ : $\left\{ \begin{array}{l} \text{Khi deux à } n - 1 \text{ d.d.l.} \\ \text{si échantillon gaussien} \end{array} \right.$
$p$	$F = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$	$U = \frac{F - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si $np \geq 10$ et $n(1-p) \geq 10$

### 2) Intervalles de confiance au niveau $1 - \alpha$

Paramètre	Intervalle de confiance	Valeurs tabulées
$\mu$	$i_\mu = \left[ \bar{x} - \frac{S_c}{\sqrt{n}} t_\alpha, \bar{x} + \frac{S_c}{\sqrt{n}} t_\alpha \right]$	$t_\alpha$ tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1 - \alpha$
$\sigma^2$	$i_{\sigma^2} = \left[ \frac{n-1}{b_\alpha} s_c^2, \frac{n-1}{a_\alpha} s_c^2 \right]$	$a_\alpha$ et $b_\alpha$ tels que $\begin{array}{l} P(Y^2 \geq a_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2} \\ P(Y^2 \geq b_\alpha) = \frac{\alpha}{2} \end{array}$
$p$	$i_p = \left[ f - \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} u_\alpha, f + \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} u_\alpha \right]$	$u_\alpha$ tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1 - \alpha$

### 3) Tests de conformité au risque $\alpha$

$H_0$	$H_1$	Statistique de test	Valeur(s) test(s)
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$	$t_\alpha$ tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1 - \alpha$ $t'_\alpha$ tel que $P(T < t'_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $t'_\alpha = t_{2\alpha}$ $t''_\alpha$ tel que $P(T \geq t''_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $t''_\alpha = t_{2-2\alpha} = -t_{2\alpha}$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2} S_c^2$	$a_\alpha$ et $b_\alpha$ tels que $P(a_\alpha < Y^2 < b_\alpha) = 1 - \alpha$ $b'_\alpha$ tel que $P(Y^2 \geq b'_\alpha) = \alpha$ , i.e. $b'_\alpha = b_{2\alpha}$ $a''_\alpha$ tel que $P(Y^2 \geq a''_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $a''_\alpha = a_{2\alpha}$
$p = p_0$	$p \neq p_0$ $p > p_0$ $p < p_0$	$U = \frac{F - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$u_\alpha$ tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1 - \alpha$ $u'_\alpha$ tel que $P(U < u'_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $u'_\alpha = u_{2\alpha}$ $u''_\alpha$ tel que $P(U \geq u''_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $u''_\alpha = -u_{2\alpha}$

Pour un intervalle de confiance de  $\mu$  et/ou un test de conformité sur  $\mu$  avec un grand échantillon (quelconque), on peut approcher la loi de Student par la loi Normale  $\mathcal{N}(0; 1)$ , et remplacer  $t_\alpha$ ,  $t'_\alpha$  et  $t''_\alpha$  par  $u_\alpha$ ,  $u'_\alpha$  et  $u''_\alpha$ .

#### 4) Tests d'homogénéité au risque $\alpha$

$H_0$	$H_1$	Statistique de test et sa loi sous l'hypothèse $H_0$	Valeur(s) test(s)
$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 \neq \sigma_2$	$F = \frac{S_{c,1}^2}{S_{c,2}^2}$ : Snédécour à $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ d.d.l. si échantillons indépendants gaussiens	$f_\alpha$ tel que $P(F \geq f_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$ en travaillant avec $f \geq 1$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{S_{c,1}^2}{n_1} + \frac{S_{c,2}^2}{n_2}\right)}}$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si grands échantillons indépendants	$u_\alpha$ $u'_\alpha$ $u''_\alpha$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{c,1,2} \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$ : Student à $n_1 + n_2 - 2$ d.d.l. (approx.) si petits échantillons indép. gaussiens et si $\sigma_1 = \sigma_2$ avec $s_{c,1,2}^2 = \frac{(n_1-1)s_{c,1}^2 + (n_2-1)s_{c,2}^2}{n_1+n_2-2}$	$t_\alpha$ $t'_\alpha$ $t''_\alpha$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \frac{\bar{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$ , où $D = X_1 - X_2$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si grands échantillons appariés	$u_\alpha$ $u'_\alpha$ $u''_\alpha$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \frac{\bar{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$ , où $D = X_1 - X_2$ : Student à $n - 1$ d.d.l. si petits échantillons appariés gaussiens	$t_\alpha$ $t'_\alpha$ $t''_\alpha$
$p_1 = p_2$	$p_1 \neq p_2$ $p_1 > p_2$ $p_1 < p_2$	$U = \frac{F_1 - F_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) f_{1,2}(1 - f_{1,2})}}$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si $n_1 f_1 \geq 5, n_1(1 - f_1) \geq 5,$ $n_2 f_2 \geq 5, n_2(1 - f_2) \geq 5,$ avec $f_{1,2} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}$	$u_\alpha$ $u'_\alpha$ $u''_\alpha$

#### 5) Test d'ajustement à une loi théorique à $r$ modalités au risque $\alpha$

Hypothèse  $H_0$  : le caractère suit la loi théorique définie par les probabilités  $p_i$ .

Hypothèse  $H_1$  :  $\bar{H}_0$ .

$$\text{Statistique de test : } D = \sum_{i=1}^r \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}.$$

Loi de  $D$  sous l'hypothèse  $H_0$  : khi deux à  $r - 1 - k$  d.d.l.

Valeur test :  $b_\alpha$  tel que  $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$ .

#### 6) Test d'indépendance entre deux caractères à $r$ et $s$ modalités au risque $\alpha$

Hypothèse  $H_0$  : les deux caractères sont indépendants.

Hypothèse  $H_1$  :  $\bar{H}_0$ .

$$\text{Statistique de test : } D = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{(N_{ij} - np_{ij})^2}{np_{ij}}, \text{ avec } np_{ij} = \frac{n_{i\bullet} \cdot n_{\bullet j}}{n}, n_{i\bullet} = \sum_{j=1}^s n_{ij} \text{ et } n_{\bullet j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}.$$

Loi de  $D$  sous l'hypothèse  $H_0$  : khi deux à  $(r - 1)(s - 1)$  d.d.l.

Valeur test :  $b_\alpha$  tel que  $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$ .

**TABLE 1**

**Fonction de répartition de la loi normale réduite**

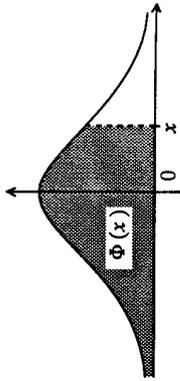
Si  $U$  suit la loi normale réduite, pour  $x \geq 0$ , la table donne la valeur :

$$\phi(x) = P(U \leq x).$$

La valeur  $x$  s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

Pour  $x < 0$ , on a :

$$\phi(x) = 1 - \phi(-x).$$



$x$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6895	0,6930	0,6965	0,7001	0,7035	0,7068	0,7102	0,7135	0,7167	0,7199
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

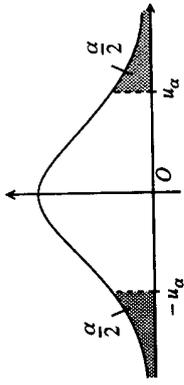
**TABLE 2**

**Loi normale réduite (table de l'écart réduit)**

Si  $U$  est une variable aléatoire qui suit la loi normale réduite, la table donne, pour  $\alpha$  choisi, la valeur  $u_\alpha$  telle que :

$$P(|U| \geq u_\alpha) = \alpha.$$

La valeur  $\alpha$  s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

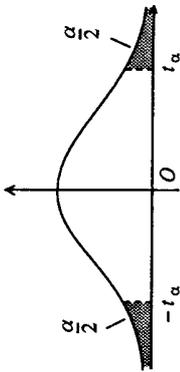


$\alpha$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	$\infty$	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,1	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,2	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,3	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,4	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,5	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,6	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,7	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,8	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,9	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

**TABLE 3**

**Lois de Student**

Si  $T$  est une variable aléatoire qui suit la loi de Student à  $v$  degrés de liberté, la table donne, pour  $\alpha$  choisi, le nombre  $t_\alpha$  tel que  $P(|T| \geq t_\alpha) = \alpha$ .



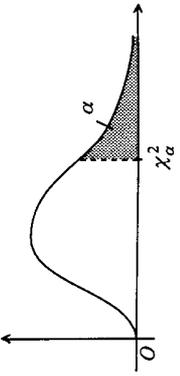
$\alpha$ \ v	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,681	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,679	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,677	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
$\infty$	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Lorsque le degré de liberté est infini, il s'agit du nombre  $u_\alpha$  correspondant à la loi normale centrée réduite (cf. table 2).

**TABLE 4**

**Lois de Pearson ou lois du  $\chi^2$**

Si  $Y^2$  est une variable aléatoire qui suit la loi du  $\chi^2$  à  $v$  degrés de liberté, la table donne, pour  $\alpha$  choisi, le nombre  $\chi_\alpha^2$  tel que  $P(Y^2 \geq \chi_\alpha^2) = \alpha$ .



$\alpha$ \ v	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,001
1	0,0002	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	10,83
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	13,82
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	16,27
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	18,47
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	20,52
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	22,46
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,47	24,32
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	26,13
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	27,88
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	29,59
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,92	24,72	31,26
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	32,91
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	34,53
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	36,12
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	37,70
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,84	32,00	39,25
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,19	33,41	40,79
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,80	42,31
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	43,82
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	45,32
21	8,90	10,28	11,59	13,24	29,61	32,67	35,48	38,93	46,80
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	48,27
23	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	49,73
24	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,41	39,37	42,98	51,18
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	52,62
26	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,88	41,92	45,64	54,05
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	55,48
28	13,57	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	56,89
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	58,30
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	59,70

Lorsque le degré de liberté  $v$  est tel que  $v > 30$ , la variable aléatoire :

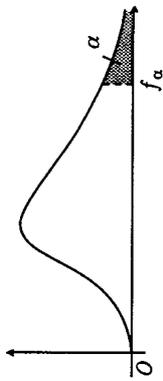
$$U = \sqrt{2Y^2 - 2v} - 1$$

suit à peu près la loi normale réduite.

**TABLE 5**

**Lois de Snédécór ( $\alpha = 0,025$ )**

Si  $F$  est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécór à  $(v_1, v_2)$  degrés de liberté, la table donne le nombre  $f_\alpha$  tel que  $P(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0,025$ .

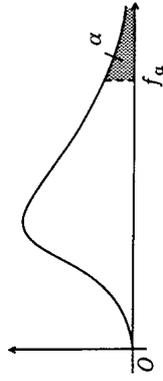


$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	$\infty$
1	648	800	864	900	922	937	957	969	985	993	1001	1018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	13,9
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,53	2,39	2,18	2,07	1,94	1,64
50	5,34	3,98	3,39	3,06	2,83	2,67	2,46	2,32	2,11	1,99	1,87	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,41	2,27	2,06	1,94	1,82	1,48
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,36	2,21	2,00	1,88	1,75	1,40
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,32	2,18	1,97	1,85	1,71	1,35
$\infty$	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,19	2,05	1,83	1,71	1,57	1,00

**TABLE 6**

**Lois de Snédécór ( $\alpha = 0,05$ )**

Si  $F$  est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécór à  $(v_1, v_2)$  degrés de liberté, la table donne le nombre  $f_\alpha$  tel que  $P(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0,05$ .



$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	$\infty$
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
$\infty$	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00