

Licence mention Mathématiques - Deuxième année - Semestre 3

Statistiques

Examen du lundi 8 janvier 2007

Durée 2h00

Tout document interdit - Calculatrices autorisées

**Exercice 1.**

En janvier 2006, le prix moyen d'une baguette était de 0,75 €. En janvier 2007, on a relevé le prix de la baguette dans 300 boulangeries et on a obtenu une moyenne de 0,80 € et une variance corrigée de 0,18.

- 1) a) Préciser la population et le caractère étudiés.  
b) Expliquer pourquoi on peut considérer que ce caractère est une variable aléatoire. Préciser en particulier l'expérience aléatoire et l'espace probabilisé permettant cette modélisation.  
c) Préciser la taille d'échantillon, le(s) estimateur(s) mis en jeu et leur loi.
- 2) a) Donner une estimation ponctuelle et un intervalle de confiance au niveau 99% du prix moyen d'une baguette en janvier 2007.  
b) Peut-on en déduire que le prix moyen d'une baguette a augmenté entre janvier 2006 et janvier 2007 ?
- 3) a) Expliquer brièvement ce que représentent les erreurs de première et deuxième espèce d'un test statistique.  
b) Effectuer un test statistique au risque 1%, puis 5%, pour savoir si le prix moyen d'une baguette a augmenté entre janvier 2006 et janvier 2007. En cas de décisions contradictoires avec les deux risques 1% et 5%, préciser et justifier la décision à retenir.

**Exercice 2.**

Au moyen d'un sondage, on tente de décrire l'opinion des Européens concernant la science et les techniques. Sur un échantillon de 150 personnes, on obtient 129 réponses positives à la question "Avez-vous confiance en la communauté scientifique ?".

- 1) Préciser la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon. Indiquer le(s) estimateur(s) mis en jeu dans la suite.
- 2) a) Donner une estimation ponctuelle de la proportion d'Européens ayant confiance en la communauté scientifique.  
b) Déterminer un intervalle de confiance de cette proportion au niveau de confiance 95%.  
c) Quelle taille d'échantillon faut-il prendre pour que cet intervalle soit d'amplitude 0,05 ? Préciser les éventuelles hypothèses à faire pour pouvoir répondre.

**Exercice 3.**

Dans une étude sur la motivation et l'apprentissage, on demande à des élèves de quatrième de lire un document scientifique. Les sujets sont répartis en deux groupes distincts. Dans l'un des deux groupes (témoin), les titres de section du document sont inintéressants, tandis que dans l'autre groupe (groupe test), ils sont accrocheurs. Seuls les titres changent d'un groupe à l'autre, et ils sont choisis de la même longueur. On relève ensuite le temps de lecture par un score : plus le score est élevé, plus le temps de lecture est long. On obtient les résultats suivants :

Groupe témoin	4	5	6	7	6	7	6	5	2	6	8	9	8	12	11	10	9	8	8	9
Groupe test	5	5	4	5	5	6	5	6	7	6	6	5	4	4	3	1	2	12	4	3

traités par un étudiant à l'aide du logiciel Excel (voir page 2).

- 1) Préciser la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon.
- 2) A l'aide d'Excel, l'étudiant a testé l'homogénéité des variances.
  - a) Expliquer pourquoi l'étudiant a fait ce test.
  - b) Donner une instruction qu'il a pu écrire dans les cellules suivantes pour obtenir les résultats affichés : cellules E3, E4, E5, E12, E19, E21, G21.
- 3) Effectuer le(s) test(s) statistique(s) adaptés pour répondre à la question suivante : peut-on considérer, au risque 5%, que des titres accrocheurs rendent plus rapide la lecture d'un document scientifique ?

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<b>Groupe témoin</b>	<b>Groupe test</b>						
2	4	5		<b>Groupe témoin</b>				
3	5	5		Nombre d'observations	20			
4	6	4		Moyenne	7,3			
5	7	5		Ecart-type corrigé	2,4083			
6	6	5						
7	7	6		<b>Groupe test</b>				
8	6	5		Nombre d'observations	20			
9	5	6		Moyenne	4,9			
10	2	7		Ecart-type corrigé	2,2219			
11	6	6						
12	8	6		Ecart-type corrigé global	2,3170			
13	9	5						
14	8	4						
15	12	4						
16	11	3						
17	10	1						
18	9	2		<b>Test d'homogénéité des variances</b>				
19	8	12		Valeur f	1,175			
20	8	4		Risque $\alpha$	0,05	$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$		
21	9	3		Valeur test bilatéral $f_\alpha$	2,526	$H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$	non rejet de $H_0$	
22								

Données de l'exercice 3 traitées avec Excel

#### Exercice 4.

Dans une étude sur la réaction à l'échec scolaire chez les élèves de troisième, un chercheur dispose d'un questionnaire permettant de classer cette réaction en 4 catégories principales : active (l'élève réagit en travaillant plus), réflexion (l'élève tente d'établir les causes de son échec), découragement (l'élève abandonne) et dénégation (l'élève affirme que les résultats scolaires n'ont pas d'importance).

Une expérience sur un échantillon d'élèves de troisième a donné les résultats suivants :

Sexe \ Réaction	Active	Réflexion	Découragement	Dénégation
Filles	55	12	65	38
Garçons	60	12	62	96

1) Le chercheur s'intéresse aux liens entre le sexe et le type de réaction à l'échec.

a) Préciser la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon.

b) Peut-on considérer, au risque 5%, que les réactions aux difficultés scolaires dépendent du sexe ?

2) Un enseignant de troisième affirmait qu'en proportion, les garçons sont plus portés à la dénégation que les filles ; c'est-à-dire que la proportion de filles, par rapport à l'ensemble des filles, qui réagissent avec dénégation est inférieure à la proportion de garçons, par rapport à l'ensemble des garçons, qui réagissent avec dénégation. En utilisant les résultats du chercheur :

a) préciser la(les) population(s) et le(s) caractère(s) étudié(s), ainsi que la(les) taille(s) d'échantillon.

b) tester, au risque 5%, l'affirmation de cet enseignant.

3) On regroupe maintenant les 4 réactions à l'échec précédentes en deux classes :

- réaction positive si elle est "active" ou avec "réflexion",

- et réaction négative si elle est avec "découragement" ou avec "dénégation".

On ne s'intéresse plus au facteur "sexe" dans cette question ; on considère donc les élèves de troisième qui sont en situation d'échec scolaire sans distinction entre filles et garçons.

a) Donner une estimation ponctuelle de la proportion  $p$  d'élèves de troisième qui réagissent de manière "négative" face à l'échec.

b) D'après l'expérience du chercheur, peut-on dire que, face à l'échec scolaire, la réaction des élèves de troisième est plus négative que positive (autrement dit majoritairement négative) ? On pourra effectuer un test statistique adapté au risque 5%.

## Formulaire de Statistique Inférentielle

### 1) Estimateurs

Paramètre	Estimateur	Statistique et sa loi
$\mu$	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$ : Student à $n - 1$ d.d.l.
$\sigma^2$	$S_c^2 = \frac{n}{n-1} S^2$ , avec $S^2 = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \right) - (\bar{X})^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma^2} S_c^2$ : Khi deux à $n - 1$ d.d.l.
$p$	$F = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$	$U = \frac{F - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si $np \geq 10$ et $n(1-p) \geq 10$

### 2) Intervalles de confiance au niveau $1 - \alpha$

Paramètre	Intervalle de confiance	Valeurs tabulées
$\mu$	$i_\mu = \left[ \bar{x} - \frac{S_c}{\sqrt{n}} t_\alpha, \bar{x} + \frac{S_c}{\sqrt{n}} t_\alpha \right]$	$t_\alpha$ tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1 - \alpha$
$\sigma^2$	$i_{\sigma^2} = \left[ \frac{n-1}{b_\alpha} s_c^2, \frac{n-1}{a_\alpha} s_c^2 \right]$	$a_\alpha$ et $b_\alpha$ tels que $P(Y^2 \geq a_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2}$ $P(Y^2 \geq b_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$
$p$	$i_p = \left[ f - \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} u_\alpha, f + \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} u_\alpha \right]$	$u_\alpha$ tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1 - \alpha$

### 3) Tests de conformité au risque $\alpha$

$H_0$	$H_1$	Statistique de test	Valeur(s) test(s)
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}}$	$t_\alpha$ tel que $P(-t_\alpha < T < t_\alpha) = 1 - \alpha$ $t'_\alpha$ tel que $P(T < t'_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $t'_\alpha = t_{2\alpha}$ $t''_\alpha$ tel que $P(T \geq t''_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $t''_\alpha = t_{2-2\alpha} = -t_{2\alpha}$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$Y^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2} S_c^2$	$a_\alpha$ et $b_\alpha$ tels que $P(a_\alpha < Y^2 < b_\alpha) = 1 - \alpha$ $b'_\alpha$ tel que $P(Y^2 \geq b'_\alpha) = \alpha$ , i.e. $b'_\alpha = b_{2\alpha}$ $a''_\alpha$ tel que $P(Y^2 \geq a''_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $a''_\alpha = a_{2\alpha}$
$p = p_0$	$p \neq p_0$ $p > p_0$ $p < p_0$	$U = \frac{F - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$u_\alpha$ tel que $P(-u_\alpha < U < u_\alpha) = 1 - \alpha$ $u'_\alpha$ tel que $P(U < u'_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $u'_\alpha = u_{2\alpha}$ $u''_\alpha$ tel que $P(U \geq u''_\alpha) = 1 - \alpha$ , i.e. $u''_\alpha = -u_{2\alpha}$

Pour un intervalle de confiance de  $\mu$  et/ou un test de conformité sur  $\mu$  avec un grand échantillon, on peut remplacer la loi de Student par la loi Normale  $\mathcal{N}(0; 1)$ , et remplacer  $t_\alpha$ ,  $t'_\alpha$  et  $t''_\alpha$  par  $u_\alpha$ ,  $u'_\alpha$  et  $u''_\alpha$ .

#### 4) Tests d'homogénéité au risque $\alpha$

$H_0$	$H_1$	Statistique de test et sa loi	Valeur(s) test(s)
$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 \neq \sigma_2$	$F = \frac{S_{c,1}^2}{S_{c,2}^2}$ : Snédécour à $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ d.d.l. si échantillons indépendants gaussiens	$f_\alpha$ tel que $P(F \geq f_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{S_{c,1}^2}{n_1} + \frac{S_{c,2}^2}{n_2}\right)}}$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si grands échantillons indépendants	$u_\alpha$ $u'_\alpha$ $u''_\alpha$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{c,1,2} \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$ : Student à $n_1 + n_2 - 2$ d.d.l. (approx.) si petits échantillons indép. gaussiens et si $\sigma_1 = \sigma_2$ avec $s_{c,1,2}^2 = \frac{(n_1-1)s_{c,1}^2 + (n_2-1)s_{c,2}^2}{n_1+n_2-2}$	$t_\alpha$ $t'_\alpha$ $t''_\alpha$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$U = \frac{\bar{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$ , où $D = X_1 - X_2$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si grands échantillons appariés	$u_\alpha$ $u'_\alpha$ $u''_\alpha$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$T = \frac{\bar{D}}{\frac{S_{c,d}}{\sqrt{n}}}$ , où $D = X_1 - X_2$ : Student à $n - 1$ d.d.l. si petits échantillons appariés gaussiens	$t_\alpha$ $t'_\alpha$ $t''_\alpha$
$p_1 = p_2$	$p_1 \neq p_2$ $p_1 > p_2$ $p_1 < p_2$	$U = \frac{F_1 - F_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)f_{1,2}(1-f_{1,2})}}$ : Normale $\mathcal{N}(0; 1)$ (approx.) si $n_1 f_1 \geq 5, n_1(1-f_1) \geq 5,$ $n_2 f_2 \geq 5, n_2(1-f_2) \geq 5,$ avec $f_{1,2} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}$	$u_\alpha$ $u'_\alpha$ $u''_\alpha$

#### 5) Test d'ajustement à une loi théorique à $r$ modalités au risque $\alpha$

Hypothèse  $H_0$  : le caractère suit la loi théorique. Hypothèse  $H_1$  :  $\bar{H}_0$ .

$$\text{Statistique de test : } D = \sum_{i=1}^r \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}.$$

Loi de  $D$  : khi deux à  $r - 1 - k$  d.d.l.

Valeur test :  $b_\alpha$  tel que  $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$ .

#### 6) Test d'indépendance entre deux caractères à $r$ et $s$ modalités au risque $\alpha$

Hypothèse  $H_0$  : les deux caractères sont indépendants. Hypothèse  $H_1$  :  $\bar{H}_0$ .

$$\text{Statistique de test : } D = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{(N_{ij} - n_{i\cdot}^* n_{\cdot j}^*)^2}{n_{i\cdot}^* n_{\cdot j}^*}, \text{ avec } n_{i\cdot}^* = \frac{n_{i\cdot} \cdot n_{\cdot j}}{n}, n_{i\cdot} = \sum_{j=1}^s n_{ij} \text{ et } n_{\cdot j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}.$$

Loi de  $D$  : khi deux à  $(r - 1)(s - 1)$  d.d.l.

Valeur test :  $b_\alpha$  tel que  $P(D \geq b_\alpha) = \alpha$ .

**TABLE 1**

**Fonction de répartition de la loi normale réduite**

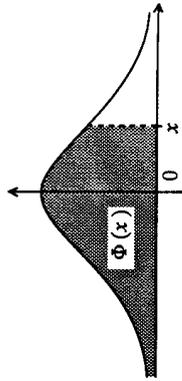
Si  $U$  suit la loi normale réduite, pour  $x \geq 0$ , la table donne la valeur :

$$\phi(x) = P(U \leq x).$$

La valeur  $x$  s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

Pour  $x < 0$ , on a :

$$\phi(x) = 1 - \phi(-x).$$



$x$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6891	0,6928	0,6965	0,7001	0,7037	0,7072	0,7108	0,7143	0,7179	0,7214
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

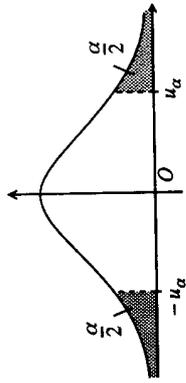
**TABLE 2**

**Loi normale réduite (table de l'écart réduit)**

Si  $U$  est une variable aléatoire qui suit la loi normale réduite, la table donne, pour  $\alpha$  choisi, la valeur  $u_\alpha$  telle que :

$$P(|U| \geq u_\alpha) = \alpha.$$

La valeur  $\alpha$  s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

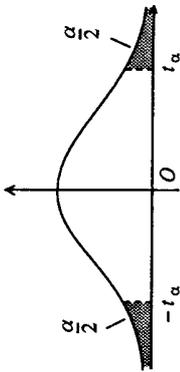


$\alpha$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	$\infty$	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,1	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,2	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,3	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,4	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,5	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,6	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,7	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,8	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,9	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

**TABLE 3**

**Lois de Student**

Si  $T$  est une variable aléatoire qui suit la loi de Student à  $v$  degrés de liberté, la table donne, pour  $\alpha$  choisi, le nombre  $t_\alpha$  tel que  $P(|T| \geq t_\alpha) = \alpha$ .



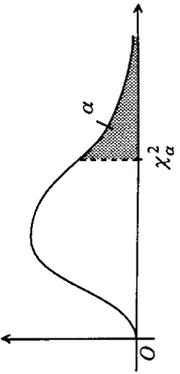
$\alpha$ \ v	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,681	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,679	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,677	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
$\infty$	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Lorsque le degré de liberté est infini, il s'agit du nombre  $u_\alpha$  correspondant à la loi normale centrée réduite (cf. table 2).

**TABLE 4**

**Lois de Pearson ou lois du  $\chi^2$**

Si  $Y^2$  est une variable aléatoire qui suit la loi du  $\chi^2$  à  $v$  degrés de liberté, la table donne, pour  $\alpha$  choisi, le nombre  $\chi_\alpha^2$  tel que  $P(Y^2 \geq \chi_\alpha^2) = \alpha$ .



$\alpha$ \ v	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,001
1	0,0002	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	10,83
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	13,82
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	16,27
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	18,47
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	20,52
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	22,46
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,47	24,32
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	26,13
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	27,88
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	29,59
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,92	24,72	31,26
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	32,91
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	34,53
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	36,12
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	37,70
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,84	32,00	39,25
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,19	33,41	40,79
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,80	42,31
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	43,82
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	45,32
21	8,90	10,28	11,59	13,24	29,61	32,67	35,48	38,93	46,80
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	48,27
23	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	49,73
24	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,41	39,37	42,98	51,18
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	52,62
26	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,88	41,92	45,64	54,05
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	55,48
28	13,57	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	56,89
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	58,30
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	59,70

Lorsque le degré de liberté  $v$  est tel que  $v > 30$ , la variable aléatoire :

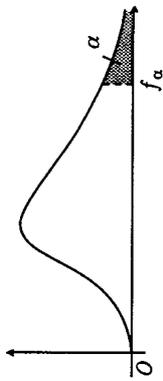
$$U = \sqrt{2Y^2 - 2v} - 1$$

suit à peu près la loi normale réduite.

**TABLE 5**

**Lois de Snédécór ( $\alpha = 0,025$ )**

Si  $F$  est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécór à  $(v_1, v_2)$  degrés de liberté, la table donne le nombre  $f_\alpha$  tel que  $P(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0,025$ .

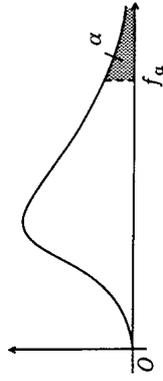


$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	$\infty$
1	648	800	864	900	922	937	957	969	985	993	1001	1018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	13,9
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,53	2,39	2,18	2,07	1,94	1,64
50	5,34	3,98	3,39	3,06	2,83	2,67	2,46	2,32	2,11	1,99	1,87	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,41	2,27	2,06	1,94	1,82	1,48
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,36	2,21	2,00	1,88	1,75	1,40
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,32	2,18	1,97	1,85	1,71	1,35
$\infty$	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,19	2,05	1,83	1,71	1,57	1,00

**TABLE 6**

**Lois de Snédécór ( $\alpha = 0,05$ )**

Si  $F$  est une variable aléatoire qui suit la loi de Snédécór à  $(v_1, v_2)$  degrés de liberté, la table donne le nombre  $f_\alpha$  tel que  $P(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0,05$ .



$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	$\infty$
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
$\infty$	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00