

Licence mention Informatique parcours MIAGE - Semestre 5
Mathématiques Financières

EMPRUNTS INDIVIS

Il existe une grande variété d'emprunts qui peuvent cependant être regroupés en deux catégories selon que l'emprunteur, personne physique (particulier) ou morale (entreprise, association, collectivité publique), s'adresse à un seul ou à plusieurs prêteurs. Si l'emprunt est contracté auprès d'un prêteur unique (généralement une banque), le contrat établi entre les deux parties définit les modalités d'un emprunt ordinaire communément appelé **emprunt indivis**. Il se différencie d'un emprunt obligataire qui fait intervenir plusieurs prêteurs.

Les emprunts indivis sont constitués essentiellement par les prêts personnels aux particuliers (achat de biens de consommation durables : automobiles, meubles, appareils ménagers...), les prêts immobiliers (construction d'une maison individuelle, acquisition d'un logement, ...), les crédits à moyen terme (d'investissements en matériels, outillages, véhicules...). Pour les prêts à une personne physique, on parle de **crédit affecté** lorsque l'emprunt doit être utilisé pour l'acquisition d'un bien clairement identifié, **non affecté** lorsque son utilisation est à la discrétion de l'emprunteur.

Les clauses du contrat entre prêteur (créancier) et emprunteur (débiteur) précisent entre autres la durée de mise à disposition des fonds, le taux d'intérêt, les conditions de remboursement du capital emprunté.

I - Généralités

1) Exemple

Une personne emprunte 10 000 € qu'elle s'engage à rembourser en 5 ans par des annuités variables versées en fin d'année au taux annuel de 8 %. L'emprunteur s'engage :

- à payer, à la fin de chaque année, l'**intérêt**, au taux annuel de 8 %, du capital emprunté et non remboursé ;
- à rembourser, à la fin de chaque année, une partie du capital emprunté. Ce remboursement est appelé **amortissement du capital**.

L'**annuité** à payer, en fin d'année, est la somme de l'intérêt et de l'amortissement.

La somme des intérêts payés est parfois appelé **coût du crédit**.

Voici le **tableau d'amortissement** de l'emprunt indivis :

Année	Capital restant à amortir en début d'année	Intérêt à payer en fin d'année	Amortissement	Montant total de l'annuité à verser en fin d'année
1	10 000	800	2 000	2 800
2	8 000	640	2 200	2 840
3	5 800	464	2 800	3 264
4	3 000	240	1 800	2 040
5	1 200	96	1 200	1 296
		2 240	10 000	12 240

2) Relations fondamentales

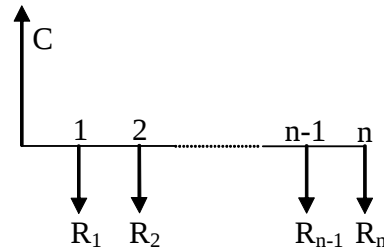
On emprunte un capital C au taux t et remboursable en n annuités $R_1, R_2, \dots, R_n$ (le premier remboursement ayant lieu une période après la mise à disposition des fonds).

- Le capital emprunté est la valeur actuelle des annuités au moment du versement des fonds :

$$C = R_1(1+t)^{-1} + R_2(1+t)^{-2} + \dots + R_{n-2}(1+t)^{-n+2} + R_{n-1}(1+t)^{-n+1} + R_n(1+t)^{-n} \quad (1)$$

- Le capital restant dû en fin de période est la valeur actuelle des annuités non échues.

On peut schématiser les encaissements (entrées de capital) et les décaissements (sorties de capital) par un diagramme des flux, par exemple du point de vue de l'emprunteur :



II - Etude des systèmes d'emprunts les plus utilisés

1) Emprunts remboursables en une seule fois

A la fin de chaque période, l'emprunteur ne paie que l'intérêt du capital emprunté. Les amortissements sont nuls. Il rembourse en une seule fois, à la date fixée dans le contrat, l'intégralité du capital emprunté.

On a donc $R_1 = R_2 = \dots = R_{n-1} = Ct$ et $R_n = C + Ct$.

Cela est utilisé pour des emprunts de courte durée entre particuliers.

2) Emprunts à amortissements constants

Le capital emprunté est remboursé en n périodes par amortissements égaux à $\frac{C}{n}$.

Désignons par C_p le capital restant dû au début de la période p , A_p l'amortissement versé en fin de période p , I_p l'intérêt versé en fin de période p .

Il est clair que pour tout $p = 2, \dots, n$, $C_p = C_{p-1} - A_{p-1} = C_{p-1} - \frac{C}{n}$. La suite $(C_p)_{1 \leq p \leq n}$ est arithmétique de raison $-\frac{C}{n}$ et de premier terme $C_1 = C$, et donc $C_p = C_1 + (p-1)\left(-\frac{C}{n}\right) = C - (p-1)\frac{C}{n}$.

L'annuité R_p versée en fin de période p est la somme de l'amortissement $A_p = \frac{C}{n}$ et des intérêts $I_p = C_p t$ sur le capital restant dû. On en déduit que $R_p = A_p + I_p = \frac{C}{n} + Ct - (p-1)\frac{Ct}{n}$.

Le capital restant dû diminue à chaque période de $\frac{C}{n}$. Les intérêts, et donc les annuités, diminuent à chaque période de $\frac{Ct}{n}$; ce qui se démontre en vérifiant que $R_{p+1} = R_p - \frac{Ct}{n}$. Ainsi, la suite (R_p) est arithmétique décroissante de raison $-\frac{C}{n}t$ et de premier terme $R_1 = \frac{C}{n} + Ct$.

3) Emprunts à annuités constantes : système classique français

L'emprunteur paie à la fin de chaque période une annuité constante R . La relation (1) du paragraphe précédent donne $C = R \times \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$, et donc $R = \frac{Ct}{1 - (1+t)^{-n}}$.

On a comme précédemment les relations $C_p = C_{p-1} - A_{p-1}$ et $R_p = A_p + C_p t$.

Les annuités étant constantes, on a $R_p = R_{p-1}$, et donc l'amortissement de la période p vérifie $A_p = A_{p-1}(1+t)$. En effet, de $R_p = R_{p-1}$ on déduit successivement :

$$A_p + C_p t = A_{p-1} + C_{p-1} t, \quad A_p = A_{p-1} + (C_{p-1} - C_p)t = A_{p-1} + A_{p-1}t = A_{p-1}(1+t).$$

La suite (A_p) est donc géométrique de raison $(1+t)$: on a donc $A_p = A_1(1+t)^{p-1}$ pour tout $p = 1, \dots, n$.

Le premier terme est $A_1 = R(1+t)^{-n}$. En effet,

$$R = R_1 = A_1 + C_1 t = A_1 + Ct, \quad \text{d'où} \quad A_1 = R - Ct = R - R[1 - (1+t)^{-n}] = R(1+t)^{-n}.$$

Ainsi, on a $A_p = A_1(1+t)^{p-1} = R(1+t)^{-n}(1+t)^{p-1} = R(1+t)^{-n+p-1}$ pour tout $p = 1, \dots, n$.

Il suit que $C_p = R \times \frac{1 - (1+t)^{-n+p-1}}{t}$ ou encore $C_p = C \times \frac{1 - (1+t)^{-n+p-1}}{1 - (1+t)^{-n}}$. En effet, on a

$$R = R_p = A_p + C_p t, \quad \text{d'où} \quad C_p = \frac{R - A_p}{t} = \frac{R - R(1+t)^{-n+p-1}}{t} = R \times \frac{1 - (1+t)^{-n+p-1}}{t}.$$

C'est la valeur actuelle (en date $p-1$) des $n-p+1$ annuités constantes R restant à payer aux dates $p, p+1, \dots, n$. C'est aussi la valeur des $n-(p-1)$ amortissements $A_p, A_{p+1}, \dots, A_n$ restant dus en début de période p :

$$C_p = \sum_{k=p}^n A_k = C - \sum_{k=1}^{p-1} A_k = C - A_1 \times \frac{(1+t)^{p-1} - 1}{t} = R \times \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t} - R(1+t)^{-n} \times \frac{(1+t)^{p-1} - 1}{t}$$

$$C_p = R \times \frac{1 - (1+t)^{-n} - (1+t)^{-n+p-1} - (1+t)^{-n}}{t} = R \times \frac{1 - (1+t)^{-n+p-1}}{t}.$$

4) Emprunts avec annuités constantes, mais amortissement différé

Pendant les k premières périodes, l'emprunteur ne paie que l'intérêt du capital C emprunté puis, dès que l'amortissement commence, verse des annuités constantes. L'annuité R à verser à partir de la $(k + 1)$ -ème période est calculé comme au 3) à partir du capital C emprunté et du nombre de versements restant à effectuer.

Il arrive aussi que l'emprunteur ne paie rien sur les k premières périodes. L'annuité R' à verser à partir de la $(k + 1)$ -ème période est calculé comme au 3) à partir du capital $C' = C(1 + t)^k$, valeur actuelle de C après les k premières périodes, et du nombre de versements restant à effectuer.

5) Emprunts remboursables par plusieurs suites d'annuités constantes consécutives

Les valeurs $R_1, R_2, \dots, R_p$ sont calculés comme au 3) pour les valeurs actuelles des capitaux des débuts de leur série.

6) Emprunts à taux d'intérêts progressifs et annuités constantes

R est relié aux différents taux par la formule du 3).

7) Emprunts à "taux adaptable", à "taux ajustable", à "taux modulable"

Pour le financement immobilier de longue durée (10, 15 ou 20 ans), les établissements de crédit proposent à leur clientèle des prêts conçus, soit pour alléger les premières annuités de remboursement, soit pour faire évoluer le montant des annuités parallèlement aux revenus et au coût de la vie. Les formules sont variées.

8) Emprunts avec annuités constantes, mais à intérêts payés d'avance

Au début de chaque période, le débiteur paie l'intérêt sur le capital dû pendant toute cette période. Ainsi, à la signature du contrat, les intérêts de la première période sont prélevés sur le capital nominal, l'emprunteur ne recevant donc que $C - Ct$. La dernière annuité ne comprend que le dernier amortissement puisque l'intérêt sur ce dernier amortissement fait partie de l'avant-dernière annuité.

On a les relations $C_{p+1} = C_p - A_p$ et $R_p = C_{p+1}t + A_p$.

Comme les annuités sont constantes $R_p = R_{p-1}$, on en déduit que $A_p = \frac{A_{p-1}}{1-t}$. La suite (A_p) est donc géométrique de raison $\frac{1}{1-t}$ et de premier terme $A_1 = \frac{R - Ct}{1-t}$. Ainsi, on a $A_p = \frac{A_1}{(1-t)^{p-1}}$

Le dernier amortissement est $A_n = R = \frac{A_1}{(1-t)^{n-1}}$. L'annuité constante est ainsi $R = \frac{Ct}{1 - (1-t)^n}$.

III - Les quatre règles fondamentales

Pour conclure, on peut énoncer quatre règles fondamentales à respecter dans la construction d'un tableau d'amortissement, quel que soit l'emprunt indivis concerné.

- Règle 1 : la part d'intérêt versée en fin de période est égale au capital dû en début de période, multiplié par le taux d'intérêt de la période.
- Règle 2 : l'annuité est égale à la somme de l'intérêt et de l'amortissement.
- Règle 3 : la somme des amortissements est égale au capital emprunté.
- Règle 4 : le capital dû au début de la dernière période est égal à la dernière part d'amortissement.

La règle 4 est un corollaire de la précédente. Elle permet de vérifier l'exactitude d'un tableau d'amortissement.

IV - Quelques compléments

1) Périodicité autre qu'annuelle

En théorie, toutes les périodicités sont envisageables. En pratique, les emprunts sont souvent remboursés par des **versements mensuels ou trimestriels**, mais les taux d'intérêts sont généralement donnés pour une périodicité annuelle : **taux d'intérêt annuel**.

Considérons des remboursements mensuels, modalité très répandue pour les crédits aux particuliers. Il se pose donc le problème du calcul du **taux périodique**, ici du taux mensuel. De façon rigoureuse, il faudrait calculé le taux mensuel équivalent au taux annuel. Mais la plupart des organismes de crédit utilise le taux mensuel proportionnel, plus avantageuse pour le prêteur.

Par exemple, pour un emprunt de 1000 € remboursable en 12 mensualités constantes, au taux annuel $t_a = 12\%$, on a :

- avec le taux mensuel proportionnel $t_m = \frac{t_a}{12} = 0.01$ (soit 1 %),

chaque mensualité sera égale à $R = \frac{Ct}{1 - (1 + t)^{-n}} = \frac{1000 \times 0.01}{1 - (1 + 0.01)^{-12}} = 88.85 \text{ €}$,

le coût du crédit étant alors égal à $12 \times 88.85 - 1000 = 66,20 \text{ €}$.

- avec le taux mensuel équivalent t'_m donné par $(1 + t'_m)^{12} = 1 + t_a$,

soit $t'_m = (1 + t_a)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.009488793$ (soit 0,9488793 %),

chaque mensualité sera égale à $R = \frac{Ct}{1 - (1 + t)^{-n}} = \frac{1000 \times 0.009488793}{1 - (1 + 0.009488793)^{-12}} = 88.56 \text{ €}$,

le coût du crédit étant égal à $12 \times 88.56 - 1000 = 62.72 \text{ €}$.

2) La renégociation des clauses d'un emprunt

Un emprunt indivis à taux fixe engage le souscripteur dans une série de versements dont les montants dépendent du taux d'intérêt. Si, après la souscription du contrat, le taux passe de t à t' , avec $t' < t$, il peut être intéressant de renégocier le contrat.

Lorsque les taux d'intérêt sont orientés à la baisse, le souscripteur peut avoir intérêt à renégocier son prêt à des conditions plus avantageuses. En pratique, l'emprunt initial est remboursé par anticipation et remplacé par un nouvel emprunt à un taux plus intéressant.

Evidemment, le prêteur peut refuser (sauf si une clause de remboursement anticipé figure expressément dans le contrat initial) et exige le plus souvent le paiement de pénalités (de l'ordre de 3% du capital restant dû), auxquelles s'ajoutent parfois des frais de reprise d'hypothèque (dans les cas des prêts immobiliers). Le remboursement anticipé suppose donc un écart de taux important dans un sens favorable à l'emprunteur pour que l'opération soit intéressante. De plus, il ne vaut mieux pas que la durée restant à courir jusqu'au dernier remboursement soit faible, les charges d'intérêt étant alors réduites.

Ainsi, la négociation peut prévoir une réduction des versements en maintenant la durée initiale, ou au contraire une réduction de la durée en maintenant des versements à peu près identiques.

Exemple. Le 15 mars 2000, une banque a accordé à un client un prêt de 70000 € sur 15 ans au taux annuel de 12 %. L'emprunt est remboursé par mensualités constantes, les intérêts étant calculés au taux proportionnel. Le 15 mars 2006, la mensualité due ce jour là étant versée, le client peut souscrire dans la même banque un nouveau prêt pour une durée de 9 ans au nouveau taux de 7,2 %, avec les mêmes conditions de remboursement. La banque réclame une indemnité de 3 % du capital restant dû, sans autre frais à régler.

Emprunt initial et indemnité

Le taux mensuel (proportionnel) de l'emprunt initial remboursé en 180 mensualités est 1 %.

La mensualité est donc $R = \frac{Ct}{1 - (1 + t)^{-n}} = \frac{70000 \times 0.01}{1 - (1.01)^{-180}} = 840.12 \text{ €}$.

Le capital restant dû au 15 mars 2006 (immédiatement après 72 mensualités payées) est

$$C_{73} = C \times \frac{1 - (1 + t)^{-n+p-1}}{1 - (1 + t)^{-n}} = 70000 \times \frac{1 - (1.01)^{-180+73-1}}{1 - (1.01)^{-180}} = 55328.29 \text{ €}.$$

L'indemnité due est donc $\frac{3}{100} \times C_{73} = 1659.85 \text{ €}$.

Nouvel emprunt

Le nouvel emprunt est d'un montant de C_{73} , remboursé en $180 - 72 = 108$ mensualités.

Le taux mensuel (proportionnel) est 0,6 %.

La nouvelle mensualité est donc $R = \frac{55328.29 \times 0.006}{1 - (1.006)^{-108}} = 697.57 \text{ €}$.

Comparaison des deux opérations

	Emprunt initial mené à terme	Emprunt renégocié
Montant de chacune des 72 premières mensualités	840,12	840,12
Montant de chacune des 108 dernières mensualités	840,12	697,57
Montant total des 180 mensualités à 1 € près	151 221	135 826
Coût total du crédit à 1 € près	81 221	65 826

La renégociation permet donc de diminuer le coût du crédit de plus de 15 000 €, ce qui compense largement l'indemnité de 1659.85 €.

3) Les crédits renouvelables

Le crédit renouvelable, appelé également credit revolving, est un produit bancaire proposé aux

particuliers. Il s'agit d'une réserve permanente de liquidités, accordé par un établissement de crédit, directement ou par l'intermédiaire d'une société commerciale. Le montant du crédit peut être utilisé à tout moment, et se reconstitue au fur et à mesure des remboursements, le plus souvent mensuels. Le montant du prêt est plafonné, généralement entre 1 000 et 10 000 €, et dépend principalement des possibilités de remboursement de l'emprunteur.

L'intérêt essentiel de cette formule est la non-affectation à un usage précis des sommes prêtées. L'utilisation peut être totalement libre, et une simple demande à l'établissement de crédit (dans le cadre du plafond) suffit à déclencher le versement d'une somme sur le compte bancaire de l'emprunteur. Dans d'autres cas, le crédit renouvelable est associé à des cartes privatives (carte Cofinoga, carte FNAC ou carte Pass de Carrefour), le montant du prêt n'étant utilisable que pour des achats auprès d'un ou plusieurs commerçants clairement identifiés.

Le plafond dépend de la solvabilité de l'emprunteur. En fonction de sa capacité de remboursement, l'organisme détermine le montant maximal qu'il peut prêter à son client en fonction de la durée souhaitée. En supposant les remboursements constants, le montant du crédit (plafond) correspondant à une capacité de remboursement de R sur n périodes est : $C = R \times \frac{1 - (1 + t)^{-n}}{t}$.

Exemple. Un particulier dispose d'une capacité mensuelle de remboursement de 150 €. Il peut s'engager dans un crédit revolving sur des durées comprises entre 12 et 24 mois, au taux mensuel de 0,85 %.

Plafond de crédit sur 12 et 24 mois

Sur 12 mois, le plafond est $C = 150 \times \frac{1 - (1.0085)^{-12}}{0.0085} = 1704.37$ €.

L'organisme arrondit le plus souvent par défaut, soit un plafond de crédit de 1700 €.

Sur 24 mois, le plafond est $C = 150 \times \frac{1 - (1.0085)^{-24}}{0.0085} = 3244.13$ €, arrondi à 3200 €.

Emprunt de 1000 € remboursables sur 12 mois

La mensualité de remboursement est $R = \frac{Ct}{1 - (1 + t)^{-n}} = \frac{1000 \times 0.0085}{1 - (1.0085)^{-12}} = 88.01$ €.

Capacité d'emprunt sur 24 mois après la sixième mensualité de l'emprunt de 1000 €

Ne pouvant dépasser le versement mensuel total de 150 €, l'emprunteur ne peut consacrer au remboursement d'un second emprunt que $150 - 88.01 = 61.99$ €.

Le plafond du second emprunt sur 24 mois est donc $C = 61.99 \times \frac{1 - (1.0085)^{-24}}{0.0085} = 1340.69$ €.

V - Exercices

Les calculs se font à intérêts composés. Chaque fois que le taux indiqué ne correspond pas à la périodicité des versements, on utilisera le **taux équivalent**.

Exercice 1

Dresser le tableau d'amortissement d'un emprunt indivis de 20 000 €, remboursable en 5 ans, par annuités comportant un amortissement constant, la première annuité échéant un an après la remise des fonds. Taux d'intérêt annuel : 8,25 %.

Exercice 2

Le premier amortissement d'un emprunt indivis remboursable en 15 annuités constantes (la première 1 an après la conclusion du contrat), au taux annuel de 9,60 %, s'élève à 783,80 €. Déterminer le montant de l'annuité.

Exercice 3

a) En combien de semestrialités constantes peut-on rembourser un emprunt de 4 500 €, si l'on dispose d'environ 1 500 € par semestre ? Taux annuel : 8,47 %.

b) Dresser le tableau d'amortissement pour la (ou les) solution(s) retenue(s).

Exercice 4

Un emprunt de 40 000 € est remboursable en 9 ans au moyen de trimestrialités constantes. On ne dispose que de deux renseignements : le montant du cinquième amortissement est 655,66 € et celui du douzième amortissement est 834,18 €. Calculer le taux d'intérêt trimestriel.

Exercice 5

Un emprunt de 20 000 € est remboursable en 8 ans par annuités constantes. Taux annuel : 9,75 %.

Déterminer le capital restant dû après paiement de la deuxième annuité, de la cinquième annuité et de la septième annuité.

Exercice 6

Déterminer le montant du capital emprunté et le montant de l'annuité constante pour chacun des emprunts dont les éléments connus sont les suivants :

- a) remboursable par 5 annuités, taux annuel : 7,75 %, montant du premier amortissement : 256,96 €.
- b) remboursable par 10 annuités, taux annuel : 10,25 %, montant du dernier amortissement : 969,83 €.
- c) remboursable par 8 annuités, montant du premier amortissement : 490,86 €, montant du dernier amortissement : 777,96 €.
- d) remboursable par 16 annuités, montant du septième amortissement : 4 022,41 €, montant du huitième amortissement : 4 398,51 €.
- e) remboursable par mensualités constantes, taux mensuel : 1 %, montant du premier amortissement : 262,50 €, montant du dernier amortissement : 336,64 €.

Exercice 7

Calculer le premier et le dernier amortissement pour chacun des emprunts dont les éléments connus sont les suivants :

- a) emprunt de 29 000 € remboursable par des annuités constantes de 4 101 € au taux annuel de 9,25 %.
- b) emprunt de 8 000 € remboursable par 20 mensualités constantes calculées au taux mensuel de 1 %.
- c) emprunt remboursable par des semestrialités constantes de 555,46 €, montant du sixième amortissement : 297,10 €, montant du dixième amortissement : 392,35 €.
- d) emprunt remboursable par 18 trimestrialités constantes, montant du cinquième amortissement : 576,82 €, montant du dix-septième amortissement : 822,41 €.
- e) emprunt de 3 050 € remboursable par mensualités constantes, montant du septième amortissement : 74,32 €, montant du douzième amortissement : 76,58 €.

Exercice 8

Un commerçant emprunte 16 000 € sur cinq ans dans les conditions suivantes : taux mensuel de 0,7 %, les 12 premières mensualités ne comprennent que l'intérêt du capital emprunté ; le capital est remboursé au cours des 48 mensualités constantes suivantes.

Déterminer le montant des 48 dernières mensualités.

Exercice 9

"Prenez dès aujourd'hui livraison d'un véhicule neuf en versant un apport initial de 35 %, ne payez rien pendant 12 mois et remboursez en 45 versements mensuels constants."

Profitant de cette offre, un particulier prend livraison d'un véhicule dont le prix comptant T.T.C. est de 20 000 €. Son apport initial est de 7 000 € et, après 12 mois, il accepte d'acquitter 45 mensualités de 355,10 €.

Quel est le taux de cet emprunt ?

Exercice 10

Une personne emprunte un capital remboursable par 15 annuités constantes de 3 375 €. Taux annuel d'intérêt progressif : 7,5 % pendant les 5 premières années, 8,5 % pendant les 5 années suivantes et 9 % pendant les 5 dernières années.

- a) Calculer, au jour de la remise des fonds (la première annuité échéant un an après) les valeurs actuelles d'abord des 5 premières annuités, puis des 5 annuités suivantes et enfin des 5 dernières annuités.
- b) En déduire le montant du capital emprunté.
- c) Présenter le tableau d'amortissement.

Exercice 11

Un emprunt de 20 000 € est remboursable en 5 ans par annuités constantes avec intérêts payables d'avance. Taux annuel : 8 %. Dresser le tableau d'amortissement.

Exercice 12

Une entreprise contracte un emprunt de 115 000 €, amortissable en 8 ans par annuités constantes sur la base d'un taux d'intérêt annuel de 8,50 %.

a) Calculer le capital restant dû immédiatement après le paiement de la troisième annuité.

Au moment du versement de la sixième annuité, l'entreprise décide, en accord avec son prêteur, de rembourser la totalité du capital restant à amortir.

b) Quel est le montant du paiement effectué en sus de la sixième annuité ?

Exercice 13

Une personne emprunte une certaine somme qu'elle s'engage à rembourser par 60 mensualités constantes, calculées au taux mensuel de 0,60 %. Sachant qu'immédiatement après le paiement de la quarante-huitième mensualité, le capital restant dû s'élève à 4 150 €, déterminer le montant de la mensualité assurant le service de l'emprunt, puis le montant de l'emprunt.

Exercice 14

Une personne emprunte 60 000 €, remboursables en 20 ans par mensualités constantes calculées au taux mensuel de 0,8 %. A tout moment, à la date d'une échéance mensuelle, elle a la possibilité de se libérer de la totalité de sa dette, moyennant le paiement d'une indemnité égale à 3 % du montant du capital restant dû.

Au moment du versement de la 112ème mensualité, les taux d'intérêt étant en forte baisse, elle décide de tout rembourser, ayant pu emprunter, à un taux intéressant, la somme nécessaire à ce remboursement total.

a) Quel est le montant des 112 premières mensualités ?

b) Quel est le montant du paiement effectué en sus de cette mensualité pour se libérer totalement du premier emprunt ?

c) Sachant que le second emprunt s'élève à 46 500 € et est remboursable par 90 mensualités constantes au taux mensuel de 0,6 %, déterminer le montant de chacune de ces mensualités, la première échéant un mois après le remboursement total.

Exercice 15

Une société financière reçoit un client qui dispose d'une capacité mensuelle de remboursement de 200 € et qui souhaite disposer d'un encours de crédit de 3 000 €. Le taux mensuel retenu est 0,85 %.

Calculer la durée minimale de crédit.

Exercice 16. (D'après partiel de novembre 2006)

1) Une entreprise emprunte 200 000 € au taux annuel 12%. Le remboursement se fait en 3 mensualités égales, la première mensualité ayant lieu un mois après la mise à disposition des fonds.

Dresser le tableau d'amortissement de ce prêt pour des taux mensuels équivalents.

2) Une famille peut consacrer 1600 € par mois au remboursement d'un prêt immobilier d'une durée de 240 mensualités au taux annuel 6 %. L'organisme financier emploie pour le calcul des intérêts le taux mensuel proportionnel.

Quel montant maximum cette famille peut-elle emprunter ?

Exercice 17. (D'après examen de janvier 2010)

Un particulier emprunte 90 000 € sur 3 ans au taux annuel de 6 %.

Dresser le tableau d'amortissement de cet emprunt pour les différentes modalités de remboursement suivantes, la première annuité intervenant un an après la mise à disposition des fonds.

a) Remboursement par annuités à amortissement constant.

b) Remboursement par annuités constantes.

c) Remboursement par annuités avec paiement différé : aucun paiement la première année, puis annuités constantes les deux dernières années.