

Licence mention Informatique parcours MIAGE - Semestre 5
Mathématiques Financières

L'ESCOMPTE

I - Les effets de commerces – L'escompte - Définitions

Les opérations commerciales entre entreprises font généralement l'objet de règlements différés. On parle de **crédit interentreprises** pour désigner le délai de paiement accordé par les fournisseurs à leurs clients, délai dont la durée moyenne en France est d'environ deux mois. Pour formaliser le paiement à l'échéance, le vendeur peut exiger que sa créance soit matérialisée par un document appelé **effet de commerce**.

Il existe deux grands types d'effets de commerce.

- La **lettre de change** (ou traite) est un document émis par une personne appelée **tireur** (le créancier, c'est-à-dire le fournisseur) qui donne mandat à une autre personne appelée **tiré** (le débiteur, c'est-à-dire le client) de payer, à une date donnée, une somme d'argent à une troisième personne appelée **bénéficiaire** (généralement le tireur ou une tierce personne). Le tiré reconnaît sa dette vis-à-vis du tireur en acceptant la lettre de change. L'acceptation se traduit par l'apposition d'une signature au recto du document.

- Le **billet à ordre** est un document émis par une personne appelée **souscripteur** (le débiteur) qui s'engage à payer, à une date donnée, une somme d'argent à une autre personne appelée **bénéficiaire** (le créancier).

En résumé, un effet de commerce (lettre de change, billet à ordre) constate l'engagement pris par un débiteur de payer à son créancier à une date déterminée une somme d'argent (montant de la dette qu'il a contractée).

Deux possibilités s'offre au bénéficiaire d'un effet de commerce.

- Il peut le conserver jusqu'à l'échéance, puis le remettre à sa banque pour encaissement. Dans ce cas, l'effet n'est qu'un simple moyen de paiement.

- Il peut également le remettre à sa banque avant l'échéance et en demander l'**escompte**. Si l'établissement de crédit accepte, il paie au bénéficiaire le montant de l'effet diminué des intérêts et commissions constituant la rémunération de la banque. L'escompte ne comporte pas le transfert du risque de défaillance du tiré ou du souscripteur, car, en cas d'incident de paiement, la banque débitera le compte du bénéficiaire du montant refusé.

Afin de réduire les coûts de manipulation liés à la gestion des effets de commerce, un système de traitement informatisé a été mis en place, supprimant depuis 1994 les échanges sous forme papier entre banques. On parle maintenant de **lettre de change relevée** (LCR) ou de **billet à ordre relevé** (BOR). Les entreprises peuvent remettre des effets sous forme papier que la banque informatisera ensuite, ou remettre des supports magnétiques. Les coûts transférés sur les bénéficiaires pour des supports magnétiques sont de l'ordre de 0.5 € par effet, auxquels il faut ajouter des frais forfaitaires de l'ordre de 7 € par remise.

En résumé, l'escompte est l'opération par laquelle un banquier met à la disposition d'un client le montant d'un effet de commerce avant son échéance sous déduction de l'intérêt. Le débiteur paiera au banquier le montant de sa dette à l'échéance. Vendre un effet de commerce, c'est le **négociier**. Acheter un effet de commerce, c'est l'**escompter**.

Le montant payable à l'échéance est la **valeur nominale** de l'effet. L'intérêt prélevé par le banquier prend le nom d'**escompte**. La **valeur actuelle** est la valeur nominale diminuée de l'escompte.

Une opération d'escompte consiste, pour une entreprise, à apporter, avant l'échéance, un ou plusieurs effets de commerce à sa banque, qui les lui rachète. Le succès que connaît l'escompte, par rapport à d'autres techniques concurrentes de financement de créances professionnelles (exemple : cession de créances par bordereaux Dailly), est lié à ses caractéristiques juridiques. Le banquier bénéficie dans ce cas de la sécurité des droits cambiaries, attachés aux effets de commerce papier (solidarité des signataires de l'effet, le débiteur ne

pouvant faire valoir un quelconque litige relatif à la transaction commerciale).

L'escompte est généralement une opération à intérêt précompté, puisqu'en contrepartie de l'apport de la créance, le banquier paie immédiatement le montant de l'effet (valeur nominale), diminué des intérêts et commissions. Les **agios** correspondent à la somme des intérêts et des commissions.

II - Calcul de l'escompte (intérêt)

Lorsque l'échéance est éloignée, le calcul de l'escompte se fait par la formule des intérêts composés ; dans les autres cas, on retient la formule de l'escompte commercial (cas général en France) et celle de l'escompte rationnel, calculés à intérêt simple.

1) Escompte commercial

Formule de calcul

L'**escompte commercial** est le montant de l'intérêt calculé sur la valeur nominale pour la durée d qui sépare la date de la négociation de la date d'échéance. Il est proportionnel à la valeur nominale de l'effet et à la durée de l'opération.

On a la formule de calcul $E = V_n t d$, où E est l'escompte, V_n la valeur nominale, t le taux d'escompte et d la durée.

La **valeur actuelle commerciale** est $V_a = V_n - E = V_n(1 - td)$.

Exemple 1

Un commerçant remet à son banquier un effet de 190 € payable dans 45 jours. Le taux d'escompte annuel est 6 %. Calculer le montant de l'escompte retenu par le banquier et la valeur actuelle commerciale.

Escompte commercial : $E = 190 \times 0.06 \times \frac{45}{360} \simeq 1.43$ €.

Valeur actuelle commerciale : $V_a = 190 - 1.43 = 188.57$ €.

Remarque

Le client bénéficiant de V_a sur une durée d , le taux d'intérêt réel du prêt est donc

$$\frac{E}{V_a d} = \frac{E}{(V_n - E)d} > \frac{E}{V_n d} = t.$$

Pour l'exemple 1, le taux d'intérêt réel est $\frac{E}{V_a d} = \frac{1.43}{188.57 \times \frac{45}{360}} = 0.0607$, soit 6.07 %.

Il existe un calcul plus équitable, mais moins utilisé : l'escompte rationnel.

2) Escompte rationnel

Formule de calcul

La **valeur actuelle rationnelle** est la somme qui, augmentée de ses propres intérêts calculés au taux d'escompte, devient égale à la valeur nominale de l'effet.

L'**escompte rationnel** est la différence entre la valeur nominale et la valeur actuelle rationnelle.

Ainsi, on a $V_n = V'_a(1 + td)$ et $E' = \frac{V_n td}{1 + td} = \frac{V_n d}{\frac{1}{t} + d}$ où V_n est la valeur nominale, V'_a la valeur

actuelle rationnelle et E' l'escompte rationnel.

$$\text{En effet : } E' = V_n - V'_a = V_n - \frac{V_n}{1 + td} = V_n \left(1 - \frac{1}{1 + td} \right) = \frac{V_n td}{1 + td}.$$

Exemple 2

En reprenant les données de l'exemple précédent, déterminer l'escompte rationnel et la valeur actuelle rationnelle.

Escompte rationnel : $E' = \frac{190 \times 0.06 \times \frac{45}{360}}{1 + 0.06 \times \frac{45}{360}} = 1.41$ €.

Valeur actuelle rationnelle : $V'_a = \frac{190}{1 + 0.06 \times \frac{45}{360}} = 188.59$ € ou $V'_a = V_n - E'$.

III - La pratique de l'escompte – calcul des commissions

La remise d'un effet à l'escompte entraîne non seulement la retenue de l'escompte (intérêt), mais aussi de diverses commissions et de la taxe sur les activités financières.

1) Escompte

Le taux d'escompte du banquier (T.E.B.) dépend du taux d'escompte de la Banque de France auprès de laquelle le banquier peut être amené à réescompter l'effet. C'est en général le taux de la Banque de France majoré de 0.5 % à 1.5 %. En outre, dans le calcul de la durée, la banque peut imposer un certain nombre de jours de banque supplémentaires, une durée minimale (dix jours en général) pour des effets proches de l'échéance. La banque peut également imposer un montant minimum d'escompte par effet.

2) Commissions

Les commissions sont destinées à récupérer les frais du banquier. Variables d'un établissement à l'autre, il y a par exemple :

- la commission d'endos, prorata temporis comme l'escompte, de l'ordre de 0,60 % ;
- la commission de manipulation, forfaitaire, de l'ordre de 2 € par remise ;
- la commission de bordereau, forfaitaire, de l'ordre de 1.50 € par remise ;
- la commission de non-domiciliation, forfaitaire, de l'ordre de 1.50 € par effet ;
- la commission pour effets non acceptés, forfaitaire, de l'ordre de 7.50 € par effet ;
- des commissions fixes (par exemple : commission de service, d'avis de sort, d'acceptation).

3) Taxe sur les activités financières (TVA)

C'est une taxe sur les commissions forfaitaires (non assimilables à des intérêts). Elle ne s'applique pas à l'escompte et à la commission d'endos.

Exemple 3

Une entreprise remet à son banquier un effet de 273 € payable dans 52 jours. Le taux d'escompte annuel est de 7 %. L'entreprise doit compter un jour de banque supplémentaire et supporter les frais suivants :

- Commission d'endos : 0.40 % prorata temporis.
- Commission de service 0.15 € par effet.
- Commission d'acceptation : 0.30 € par effet.
- Taxe sur les activités financières : 19.60 % sauf sur les intérêts et la commission d'endos.

$$\text{L'agio est } \left(273 \times 0.07 \times \frac{53}{360} \right) + \left(273 \times 0.004 \times \frac{53}{360} \right) + (0.15 + 0.30) \times 1.196 = 3.51 \text{ €}$$

IV – Compléments

A noter que dans les calculs suivants, on utilise le nombre réel de jours de l'opération (on ne compte pas les jours de banque).

1) Taux réel d'escompte

Les diverses commissions, majoration de durée et taxe sur les activités financières ont pour effet de majorer le taux d'intérêt supporté par l'entreprise auprès de sa banque. Ce nouveau taux est considéré comme le **taux réel d'escompte**.

Exemple 3 (suite)

$$\text{Le taux d'escompte réel est : } \frac{3.51 \times 360}{273 \times 52} = 0.0890, \text{ soit } 8.90 \text{ \%}.$$

2) Taux de revient pour l'entreprise

L'entreprise ne dispose pas de la valeur nominale, mais de la valeur actuelle lors de la négociation : le taux d'intérêt correspondant au prêt de cette somme est le **taux de revient pour l'entreprise**. Il dépend de la somme effectivement prêtée, de la somme effectivement remboursée et de la durée réelle du prêt.

Exemple 3 (suite)

On reprend les données de l'exemple 3.

$$\text{Le taux de revient pour l'entreprise est : } \frac{3.51 \times 360}{(273 - 3.51) \times 52} = 0.0902, \text{ soit } 9.02 \text{ \%}.$$

3) Taux de placement pour le banquier

C'est le taux de placement de la somme effectivement prêtée par le banquier. Il dépend de la somme effectivement prêtée, du gain effectif de la banque et de la durée réelle du prêt.

Exemple 3 (suite et fin)

On suppose que les différentes commissions correspondent à des frais réellement engagés par la banque. Le taux de placement pour le banquier est : $\frac{2.81 \times 360}{(273 - 3.51) \times 52} = 0.0722$, soit 7.22 %.

4) Comparaison des offres bancaires

Pour des remises comportant de nombreux effets de petit montant sur des durées courtes, la négociation doit porter sur les commissions fixes qui donnent un poids important aux commissions par rapport aux intérêts d'escompte.

Pour des remises comportant peu d'effets de montant important sur des durées longues, la négociation doit porter sur le taux d'escompte qui donne un poids important aux intérêts d'escompte par rapport aux commissions.

5) L'affacturage, ou factoring

L'affacturage est une opération de transmission de créances commerciales à un établissement de crédit spécialisé (appelé le factor) qui se charge du recouvrement de ces créances et en garantit la bonne fin. En prenant le risque de non-paiement du débiteur. La technique de l'affacturage prend trois aspects différents : la garantie des créances commerciales, la gestion des comptes clients, le financement des créances. Le financement peut être assuré par le factor lui-même (immédiatement après remise des créances ou à l'échéance des créances) ou par un billet à ordre (à échéance moyenne des créances, voir chapitre suivant) remis par le factor à son adhérent, qui sera transmis pour escompte à la banque de l'adhérent.

Le coût de l'affacturage se décompose en deux parties. La commission d'affacturage proprement dite : elle couvre la garantie et la gestion des créances ; son taux est généralement compris entre 0,50 % et 2,50 % du montant total des créances remises au factor. La commission de financement : elle intervient lorsque l'adhérent demande un paiement anticipé (escompte) des ses créances ; soit le factor assure lui-même le financement et la commission sera calculée prorata temporis sur la période d'anticipation selon les modalités semblables à l'escompte commercial classique ; soit le factor remt un billet à ordre qui sera escompté par le banquier de l'adhérent à un taux d'escompte privilégié dans la mesure où le factor assure la bonne fin de l'opération, la commission étant de l'ordre de 1 % prorata temporis sur la durée moyenne des créances.

Le factor se réserve le droit de choisir les créances qu'il accepte, en fonction du (des) tiré(s) et de leur solvabilité, ou en fonction d'un pourcentage donné (par exemple 80 %) des créances de l'adhérent.

V - Exercices

Sauf indication contraire, les années sont comptées pour 360 jours et l'escompte utilisé est l'escompte commercial.

Exercice 1

Un commerçant négocie une traite de 1 260 €, payable dans 55 jours. Taux d'escompte 12,60 %.

- 1) Déterminer l'escompte commercial, la valeur actuelle commerciale et le taux d'intérêt réel
- 2) Déterminer l'escompte rationnel et la valeur actuelle rationnelle.

Exercice 2

Déterminer la valeur actuelle rationnelle d'un effet de commerce d'une valeur nominale de 1 940,96 €, payable dans 24 jours ; taux d'escompte : 9,60 %. En déduire le montant de l'escompte rationnel.

Exercice 3

Le 30 septembre, un effet de commerce de valeur nominale de 195 €, échéant le 7 novembre de la même année, est remis à l'escompte. Les conditions d'escompte sont les suivantes :

Compter un jour supplémentaire.

Commission de service : 0,88 € par effet.

T.V.A. sur commission : 19,60 %.

Taux annuel d'escompte : 9 %.

Déterminer le montant net de la négociation.

Exercice 4

Le 18 mars, sont remis à l'escompte 3 effets de commerce : 702,30 € au 13 avril, 1 114 € au 28 avril et 900 € au 7 mai.

Compter un jour supplémentaire.

Commission de service : 1,50 € par effet.

T.V.A. : 19,60 %.

Montant net de la négociation : 2 674,21 €.

Déterminer le taux d'escompte.

Exercice 5

Le 14 avril, deux effets de commerce, de valeurs nominales 400 € et 1435 €, échéant le même jour, sont remis à l'escompte.

Taux d'escompte : 11,70 %.

Compter un jour supplémentaire.

Commission de service : 1,50 € par effet.

T.V.A. : 19,60 %.

Montant net de la négociation : 1 811,41 €.

Déterminer la date d'échéance des deux effets.

Exercice 6

Le 18 septembre, un effet de commerce de valeur nominale de 1 900 €, échéant le 12 octobre, est remis à l'escompte.

Taux d'escompte : 10,80 %.

Compter un jour supplémentaire (jour de banque habituel).

Commission de service : 1,40 €. T.V.A. : 19,60 %.

- Calculer le montant net de la négociation.
- Calculer le taux réel d'escompte (en tenant compte de l'agio total, puis en excluant la T.V.A.).
- Calculer le taux de placement pour le banquier (la commission de service étant considérée comme la récupération de frais réellement engagés).
- Calculer le taux de revient pour le commerçant.

Exercice 7

Un commerçant négocie chez son banquier, le même jour, les effets suivants :

- 155 € payable dans 36 jours, - 248 € payable dans 45 jours,
- 267 € payable dans 50 jours, - 182 € payable dans 75 jours, - 148 € payable dans 85 jours.

Outre l'escompte commercial, le banquier retient une commission de 1/8 % sur le total des valeurs nominales et une commission supplémentaire de 1/10 % sur le deuxième effet et sur le quatrième effet. On ne tiendra pas compte des taxes.

Sachant que la valeur nette reçue par le commerçant est de 991,38 €, déterminer le taux d'escompte.

Exercice 8

La valeur actuelle rationnelle d'un effet de commerce d'une valeur nominale de 1 340 €, payable dans 32 jours, est de 1 331,83 €.

- Quel est le taux d'escompte ?
- Quel devrait être le taux d'escompte pour que la valeur actuelle commerciale de cet effet soit aussi 1 331,83 € ?

Exercice 9

Sur un effet de valeur nominale V , il a été calculé un escompte commercial E et un escompte rationnel E' .

1) a) Démontrer que $V = \frac{EE'}{E - E'}$.

b) Application : l'escompte commercial s'élève à 8,10 €, l'escompte rationnel à 8 €. Quelle est la valeur nominale ?

2) La différence entre l'escompte commercial et l'escompte rationnel d'un effet de 7 500 € pour un taux de 6 % est de 2,86 €. Combien de jours cet effet a-t-il à courir ?

Exercice 10

Un commerçant a le choix pour l'escompte de ses effets de commerce entre deux banques A et B qui lui font les conditions suivantes :

- Banque A : taux d'escompte 3 %, commission 0,50 % (indépendante du temps).
- Banque B : taux d'escompte 4 %, commission 0,25 % (indépendante du temps).

- a) Calculer les taux effectifs d'escompte t_A (banque A) et t_B (banque B) pour un nombre de jours n .
- b) Représenter sur un même graphique les variations de t_A et de t_B en fonction de n . On prendra pour n les valeurs suivantes : 15, 45, 90 et 120.
- c) En déduire la banque qui fait les conditions les plus avantageuses suivant l'échéance des effets à négocier.
- d) Vérifier par le calcul en prenant un effet de 1 000 € et une échéance de 30 jours, puis de 60 jours et enfin de 180 jours.

Exercice 11

Un commerçant peut négocier un effet de valeur nominale V dans trois banques.

La banque A propose les conditions suivantes :

- escompte : 5 %, - commission : 0,20 %, - frais fixes : 0,80 € par effet.

La banque B prélève uniquement un escompte de 6 %.

La banque C offre les conditions suivantes :

- escompte : 4,5 %, - commission : 0,325 %.

- a) Exprimer en fonction de V et du nombre de jours à courir n le taux réel de l'agio de la banque A.
- b) En négligeant les frais fixes relatifs à la banque A, discuter en fonction de n , le choix de la banque la plus avantageuse.

Exercice 12

Une entreprise désirant escompter 10 millions d'euros de traites à 70 jours prend contact avec deux banquiers.

Le premier lui propose un taux d'escompte de 9 %, mais exige que les intérêts dus par l'entreprise soient payés au moment même de l'escompte.

Le second accepte que les intérêts dus ne soient payés qu'à l'issue des 70 jours, mais réclame un taux d'escompte de 9,05 %.

- a) Quelle banque l'entreprise doit-elle retenir ?
- b) Le premier banquier ne souhaite pas perdre son client veut aligner son taux d'escompte sur celui du deuxième banquier, tout en maintenant un mode de paiement des intérêts terme à échoir. Quel taux terme à échoir doit-il proposer à l'entreprise ?