

Un peu de géométrie

1 Triangle

On se donne 3 points du plan, non alignés et l'on trace les segments qui les lient : `clf` ;

```
X=[1 , 2 ,3 ,1] ;
```

```
Y= [ 3 , 4 , 8 , 3 ] ;
```

```
plot (X,Y) ;
```

ou bien (avec les axes effacés) :

```
clf ; X=[1 , 2 ,3 ,1] ;
```

```
Y= [ 3 , 4 , 8 , 3 ] ;
```

```
plot (X,Y) ;
```

```
a=gca ( ) ;
```

```
a . axes_v i s i b l e=["off","off","off"] ; // Les axes sont effacés .
```

```
a . isoview="on" ; // Le r e p e r e s e r a orthonorme .
```

On peut enfin encadrer le dessin

```
clf ;
```

```
f=scf();
```

```
orthonorme ( ) ;
```

```
X=[1 , 2 ,3 ,1] ;
```

```
Y= [ 3 , 4 , 8 , 3 ] ;
```

```
plot2d (X,Y, axesflag=0) ;
```

```
U= [ 2 . 5 , 3 . 5 , 3 . 5 , 2 . 5 , 2 . 5 ] ;
```

```
V= [ 2 . 5 , 2 . 5 , 8 . 5 , 8 . 5 , 2 . 5 ] ;
```

```
plot2d (U,V, axesflag=0) ;
```

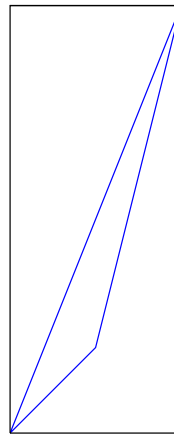
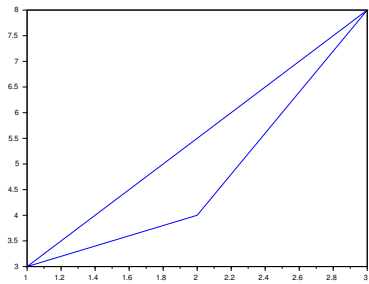


Figure 1: *Triangle*

2 Tracé de polygones réguliers dans un cercle

```
clf ;  
n=input ( " n= " ) ;  
X=cos ( 2* %pi/n * [ 0 : n ] ) ;  
Y=sin ( 2* %pi/n * [ 0 : n ] ) ;  
plot (X,Y) ;
```

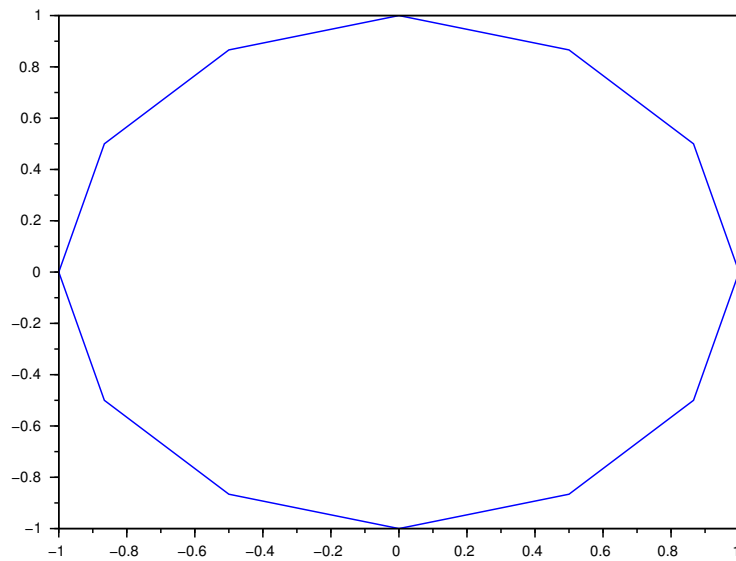


Figure 2: *Polygone à 12 côtés*

On peut à présent représenter plusieurs polygones inscrits:

```

clf; X100=cos (2*%pi /100* [ 0 : 100] )';
Y100=sin (2* %pi /100* [ 0 : 100] )';
plot2d ( X100 , Y100 , style=1,axesflag=0) ;
X3=cos (2* %pi / 3 * [ 0 : 3 ] ) ;
Y3=sin (2* %pi / 3 * [ 0 : 3 ] ) ;
plot2d (X3 , Y3 ,style=2,axesflag=0) ;
X4=cos (2* %pi / 4 * [ 0 : 4 ] ) ;
Y4=sin (2* %pi / 4 * [ 0 : 4 ] ) ;
plot2d (X4 , Y4 , style=32,axesflag=0) ;
X7=cos (2* %pi / 7 * [ 0 : 7 ] ) ;
Y7=sin (2* %pi / 7 * [ 0 : 7 ] ) ;
plot2d (X7 , Y7 , style=5,axesflag=0) ;

```

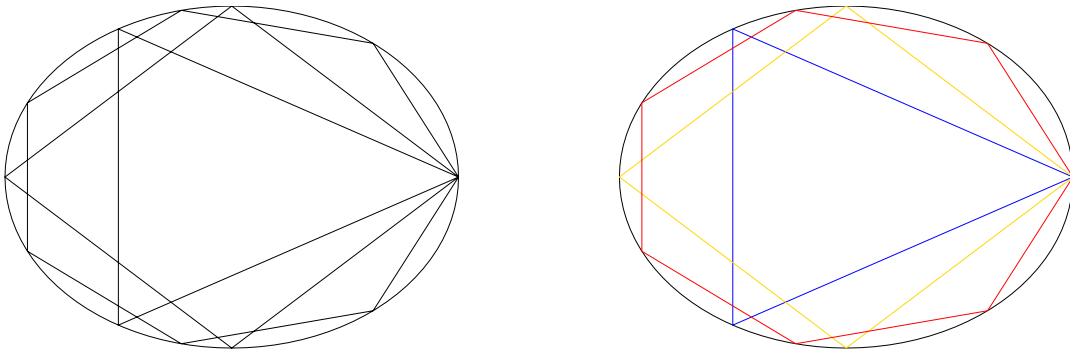


Figure 3: *Polygones inscrits*

3 le flocon de Von Koch

Tracer les N premiers flocons de Koch définis comme suit : partir de l'hexagone régulier ABCDEFA (ou K0) inscrit dans le cercle unit dont le point A de coordonnées (1; 0) est un sommet :

- Construction du premier flocon de Koch K1 : d'abord on remplace le ct AB de l'hexagone par la ligne brise AMGNB, M tant au tiers de AB partir de A, N tant au tiers de AB partir de B, le triangle MNG tant quilatral, le point G tant droite quand on se dplace de A B ; puis on fait de mme avec les 5 autres cts de K0. Le polygone 18 cts ainsi obtenu est appel premier flocon de Koch, not K1.

- Construction des flocons de Koch suivants : on passe de Kn Kn+1 comme on est pass de K0 K1.

On commence par tracer K0:

```
clf;
X=cos ( %pi / 3 * [ 0 : 6 ] ) ;
Y=sin ( %pi / 3 * [ 0 : 6 ] ) ;
plot2d (X,Y,style axesflag=0) ;
```

Récurrance pour KN

```
clf;
N=4;//nombre d'itrations de la construction
tic;
XY=[cos(%pi/3*[0:6]) ; sin(%pi/3*[0:6])] ;
function Q=Makekoch(P)
R=[P(:,1),2/3*P(:,1)+1/3*P(:,2),1/3*P(:,1)+2/3*P(:,2),P(:,2)] ;
S =1/3*[1/2,sqrt(3)/2;-sqrt(3)/2,1/2]*(P(:,2)-P(:,1))+R(:,2);
Q=[R(:,1:2), S ,R(:,3:4)] ;
endfunction
for j=1 :N
n=6*4^(j-1); // Nombre de c o t e s de K( j -1).
xy=[];
for i =1:n
P=XY(:,i:i +1) ;
Q=Makekoch(P);
xy=[xy,Q(:,1:4)];
end
XY=[xy,Q(:,5)] ;
end
plot2d (XY(1,:),XY(2,:),style=2,axesflag=0) ;
temps=toc();
```

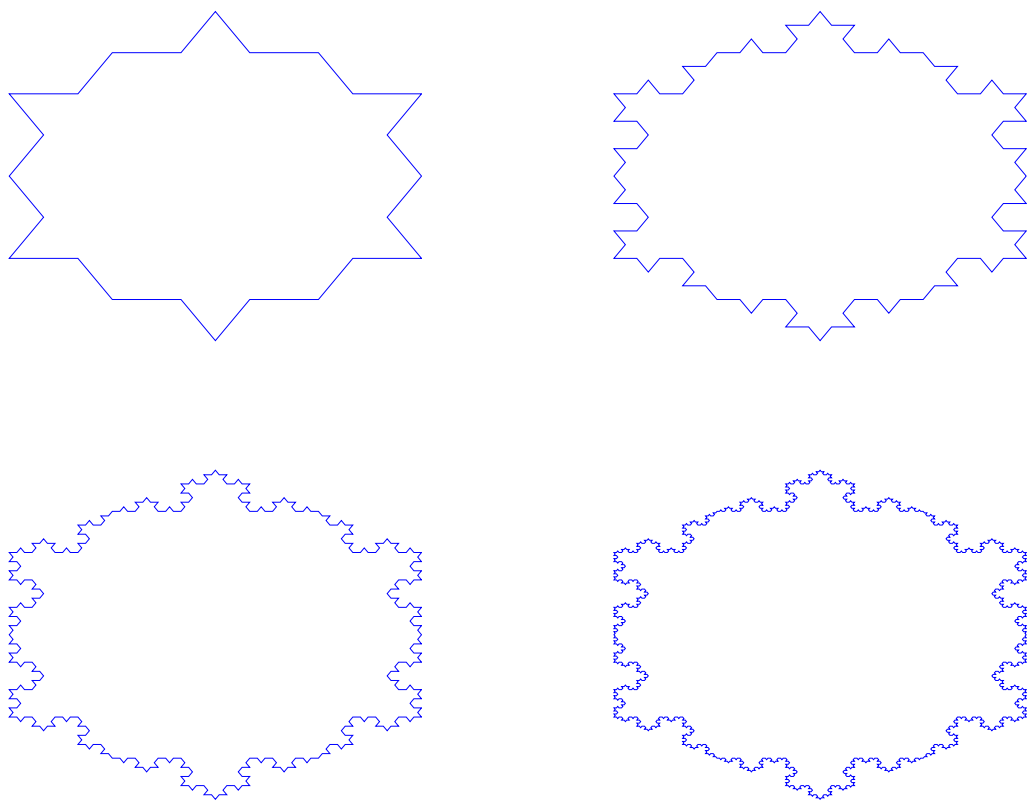


Figure 4: *Flocons de Von Koch* ($N=1,2,3,4$)

4 Ensemble de Mandelbrot

Il s'agit d'un ensemble fractal défini par l'ensemble des points c du plan complexe pour lesquels la suite

$$\begin{aligned} z_0 &= 0, \\ z_{k+1} &= z_k^2 + c \end{aligned}$$

est bornée. La joile figure ci-dessous a été obtenue par un programme Scilab du à Samuel GOUGEON.

Matplot1(..) displays a matrix
(value => color#), with SCALED AXES
(here is a part of the Mandelbrot set)

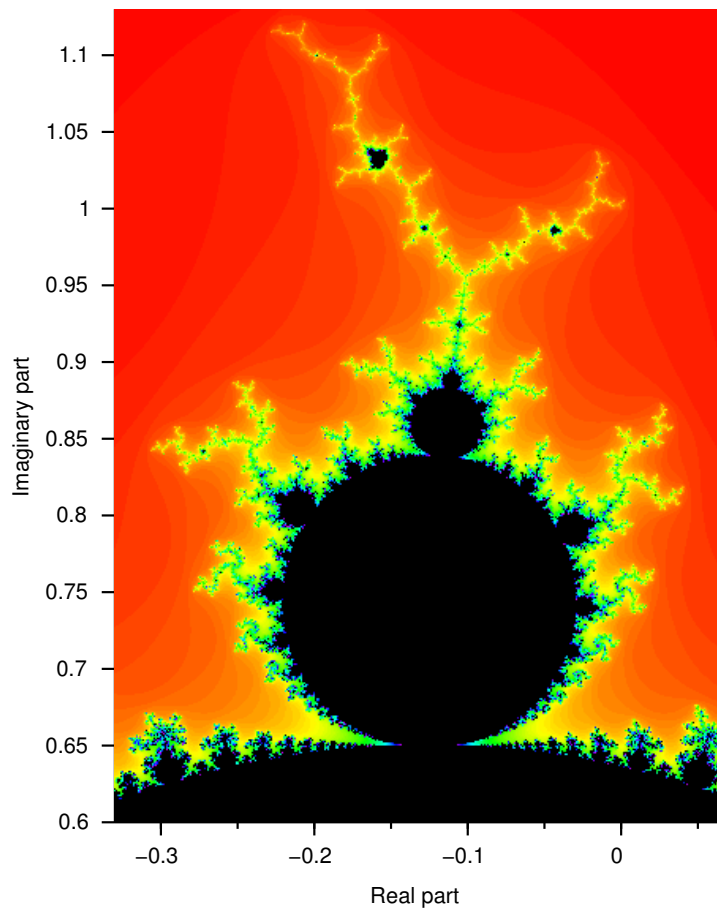


Figure 5: *Ensemble de Mandelbrot*

5 Surfaces et volumes

5.1 Surfaces

Soient I et J deux intervalles bornés. Considérons une application f continue de $I \times J$ dans $\mathbb{R}$. La représentation graphique de f est la surface $S = \{(x, y, f(x, y)), (x, y) \in I \times J\}$. Bien entendu, et de manière analogue aux fonctions d'une seule variable, on ne peut pas considérer tous les points (x, y) de $I \times J$: on part de n_x points prédéfinis de I , $(x_i)_{i=1}^{n_x}$ et n_y points prédéfinis de J , $(y_j)_{j=1}^{n_y}$ et l'on représente l'ensemble des points

$$S_{n_x, n_y} = \{(x_i, y_j, f(x_i, y_j)), i = 1, \dots, n_x, j = 1, \dots, n_y\}$$

Le tableau rectangulaire

$$M_{i,j} = (x_i, y_j, f(x_i, y_j)), i = 1, \dots, n_x, j = 1, \dots, n_y$$

sera la matrice de taille $n_x \times n_y$ contenant les valeurs de f aux points x_i, y_j . Représenter la matrice surface S revient donc pour Scilab à représenter la matrice M .

- La gaussienne $f(x, y) = \exp(-(x.^2 - y.^2)/2)$, pour $x, y \in [-5, 5]$
- La matrice croix $CRUX = \text{zeros}(n, n)$, $CRUX(n/2 - 2 : n/2 + 2, :) = 1$, $CRUX(:, n/2 - 2 : n/2 + 2) = 1$
itemize

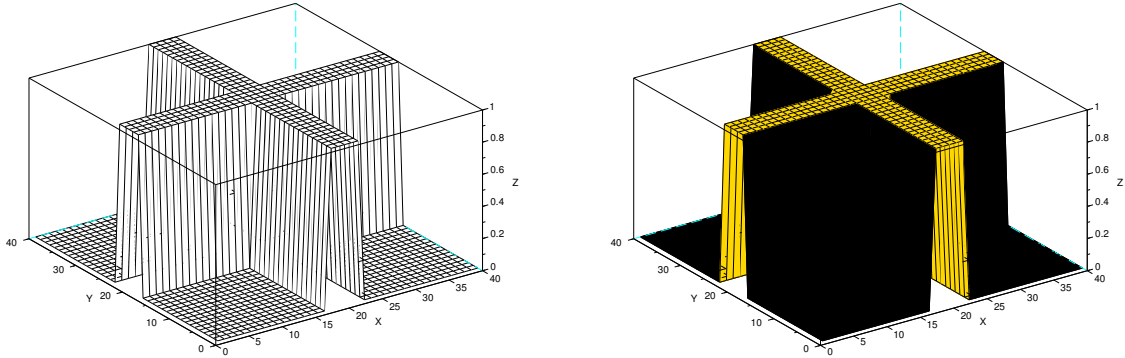


Figure 6: Matrice croix : avec mesh à gauche et surf à droite

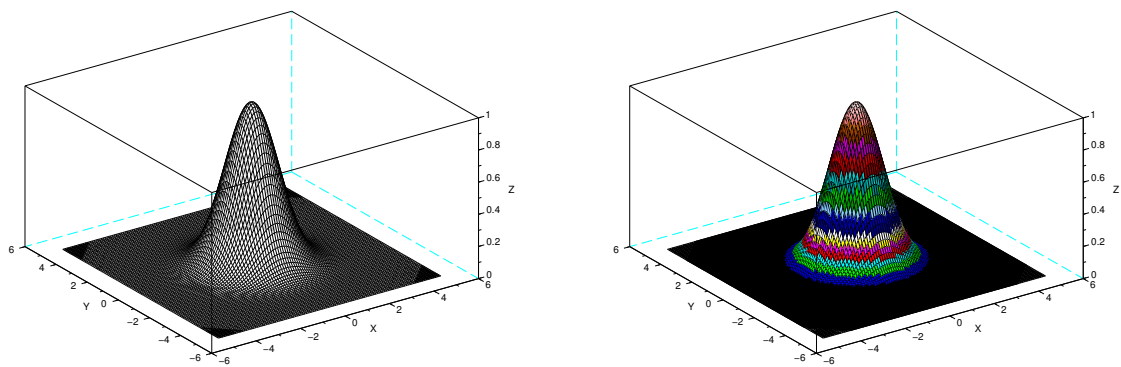


Figure 7: *Gaussienne: avec mesh à gauche et surf à droite*

5.2 Volumes

Calcul des volumes usuels et obtention de la valeur à l'aide de calcul d'intégrales

- Volume d'une sphère de rayon r .

$$2 \int_{\tau=-r}^r \pi(r^2 - \tau^2) d\tau = \frac{4}{3} \pi r^3$$

- Volume d'un cône de révolution de hauteur h et de rayon r .

$$\int_0^h \pi r(\tau)^2 d\tau$$

où $r(\tau)$ est le rayon du cercle d'abscisse τ . Il est clair que $r(\tau)$ est une fonction linéaire qui vaut 0 en $\tau = 0$ et r en $\tau = h$. On a donc

$$r(\tau) = \frac{r}{h} \tau$$

Ainsi

$$Vol = \int_0^h \pi \frac{r^2}{h^2} \tau^2 d\tau = \frac{1}{3} \pi \frac{r^2}{h^2} h^3 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

- On se reportera aussi à la feuille d'exercices associée au cours

6 Programmes

6.1 Surfaces

```
clear clf;
n=40;
CRUX=zeros(n,n);
CRUX(n/2-2: n/2+2,:)=1;
CRUX(:,n/2-2: n/2+2)=1;
surf(CRUX)
```

```
clear
clf;
x=[-5:0.1:5];
y=[-5:0.1:5];
[X,Y
=meshgrid(x,y);
F=exp(-(X.^2+Y.^2)/2);
mesh(X,Y,F)
Volumes clear
function v=volcone(h,r) ;
v=%pi* r ^2*h/3 ;
endfunction ;
volcone(1,1) Et par tranches clear
n=20;
nb subdivisions
function v=voltranche(h0,r0);
v=%pi r0^2;
endfunction
```