

Projet MASOH - Rapport d'étape octobre 2008

Jean-Paul Chehab

September 30, 2008

1 Organisation et déroulement du projet pour la période janvier 2008- décembre 2008

1.1 Rencontres

Depuis la première année de fonctionnement du programme, nous organisons tous les 6 mois une journée MASOH à Lille. Elle est organisée autour de deux exposés donnés par des conférenciers extérieurs. Cette formule permet de dégager du temps pour engager des discussions. Après les éditions de décembre 2006, juin et décembre 2007, le mini-Symposium MASOH du CANUM (mai 2008) a tenu lieu de quatrième journée MASOH. Il réunissait dans une session de 4 exposés de 30 minutes les intervenants suivants

- Mostafa Abounouh (FST Marrakech, Maroc) *Attracteur global pour l'équation de Korteweg-de Vries amortie semi-discrétisée en temps*
- Laurent di Menza (Orsay et Reims depuis le 1/09/08) *Etats localisés : de l'optique non linéaire aux modèles gravitationnels*
- Youcef Mammeri (USTL, depuis le 1/9/08 post doc à Bordeaux) *Etude numérique du comportement en temps long des solutions d'équations de Kadomtsev-Petviashvili généralisées en dimension 3*
- Dennis Dutykh (CMLA, ENS Cachan, depuis le 1/09/08 CNRS Chambéry) *Simulation numérique dans l'hydrodynamique côtière*

1.2 Missions

Des détails sont joints en annexe. Nous donnons ici le calendrier des missions déjà effectuées

- Mission de Thierry Goudon à Grenade en avril 2008.
- Avril 2008 MASOH a soutenu le séjour de Louis Dupaigne à Grenade ; L. Dupaigne a pu lier un contact scientifique avec J. Soler.
- Mission de M. Abounouh en mai 2008 durant 10 jours, en même temps que le CANUM. Cette visite a pour but la poursuite du programme Abounouh-Al Moatassime-Calgarchehab sur la simulation des équations faiblement amorties. M. Abounouh sera d'autre part invité à présenter le travail commun au minisymposium "Ondes Hydrodynamiques" du CANUM 2008.

- juin 2008. Missions d'une semaine de Caterina Calgaro (USTL), Jean-Paul Chehab (UJV) et Jacques Laminie (Orsy et UAG) à Monastir (Tunisie)
- juin 2008 Mission de Christophe Besse à la FST de Monastir (un semaine)
- Octobre 2008 séjours de Ibtissem Damergi et Amna Ezzoug à Lille et Amiens

1.3 Formations thématiques (cours spécialisés)

1.4 Diffusion des activités de MASOH

Elles sont regroupées sur le site web

<http://mathinfo.u-picardie.fr/chehab/MASOH.html>

1.5 Démarches parallèles

- Nous avons pris part au projet People IRSES ; ce projet européen porté par l'INRIA a été accepté, il permet de financer la venue en France de doctorant(e)s préparant une thèse en co-direction dans un ensemble de centres (parmi lesquels la FST de Monastir); ceci est donc le cas de I. Damergi, A. Ezzoug et M. Traboulsi (Moalla).
- Nous prévoyons également d'avoir recours au programme Student Internship pour accompagner les thèses en co-tutelle

2 Bilan

2.1 Travaux réalisés et entamés entre janvier et octobre 2008

2.1.1 Articles parus ou acceptés

1. I. Damergi et O. Goubet, Blow up solutions to the nonlinear Schrodinger equation with oscillating nonlinearities, accepté à Journal of Math. Analysis and Applications
2. O. Goubet et E. Zahrouni, On a time discretization of a weakly damped forced nonlinear Schrodinger equation, accepté à Communication in Pure and Applied Analysis.
3. R. May, E. Zahrouni, Global Existence Solution for Subcritical Quasi-Geostrophic Equations. Com. P. Ap. An. 7 (2008) 11791191

2.1.2 Articles en révision, soumis ou en préparation

1. C. Calgaro, J.-P. Chehab, J. Laminie, E. Zahrouni, Schémas multiniveaux pour les équations d'ondes, en révision à PROC ESAIM
2. M. Abounouh, H. Al Moatassime, C. Calgaro, J.-P. Chehab, Global attractor for a total discretization of damped forced Korteweg-de Vries equation, en préparation
3. O. Goubet et E. Zahrouni, On a time discretization of a weakly damped forced nonlinear Schrödinger equation, soumis

4. J. J. Nieto, O. Sanchez, J. Soler, High field regimes and non standard shock relations in semiconductor superlattices theory, en préparation
5. E. Ezzoug et O. Goubet, E. Zahrouni, Semi-Discrete Weakly Damped Nonlinear 2-D Schrodinger Equation. (article à soumettre).
6. M. Abounouh et E. Zahrouni, Semi-Discrete Weakly Damped Nonlinear for Subcritical 2-D Schrodinger Equation, article en préparation

2.2 Communications à des congrès

- 16-19 avril 2008 Olivier Goubet, AIMS conference, Arlington, TX, USA, Discrete non-linear Schrodinger equations: dynamical systems and numerics
- mai 2008 M. abounouh et L. di Menza, exposé au CANUM 2008 dans le cadre du mini-symposium MASOH

2.3 Thèses

2.3.1 Thèses démarrées en 2006/2007 (rappel)

- Emna Ezzoug (co-encadrement Olivier Goubet + Fathi ben Nasr (Monastir)), sujet Analyse mathématique et numérique dequations de NLS faiblement amorties en dimension deux.
- Ibtissem Damergi (co-encadrement Christophe Besse + Fathi ben Nasr), sujet Optique non lineaire en milieu stratifies.

2.3.2 Thèses démarrées en 2007/2008

- co-encadrement d'une thèse M. Trabelsi (Tunis), co-encadré par E. Zahrouni et J.-P. Chehab sur *Analyse et simulation d'équations quasi-géostrophiques*.

2.4 Evènements connexes

- Mai 2008. Dans le cadre du CANUM 2008¹, un mini-symposium Ondes Hydrodynamiques organisé par J.-P. Chehab et autour des thématiques MASOH a été retenu par les organisateurs. 4 intervenants sont prévus. Voir aussi le site
http://smail.emath.fr/canum2008/sql_minisymposia.php
 Le CANUM couvrira les frais de déplacement des conférenciers de ce mini-symposium.
- Obtention d'un projet CNRS-LEA (présenté par J.-P. Chehab), dans le cadre du laboratoire de mathématiques franco-roumain à Bucarest, sur la thématique *Filtres multi-niveaux et équations dispersives - décomposition multiéchelles et stabilisation*.
- 27.09.08 - 11.10.08 Visite au LAMFA de Liviu Ignat dans le cadre du projet CNRS-LEA. Liviu Ignat a travaillé avec E. Zuazua

¹Le Congrès national d'Analyse NUMérique, CANUM 2008 est organisé conjointement cette année par les uniersités de Lille, Amiens, Valenciennes, Calais et Paris XIII (Villetaneuse)

2.5 Divers

En Sept 2008, Laurent di Menza a obtenu un poste de professeur à l'université de Champagne Ardennes à Reims.

3 Bilan des missions

Nous entendons continuer à travailler en suivant la même approche. Voici les grandes lignes prévues pour la troisième saison de MASOH.

Les collaborations entre Lille, Amiens, Marrakech, Monastir dans la direction Europe-Maghreb sont désormais solides et commencent à porter leurs fruits : co-encadrements de thèses, articles en collaboration. Cette année MASOH a encouragé la constitution de d'interactions inter-maghrebines, entre Monastir et Marrakech, avec les missions de M. Abounouh (à Monastir, Sept. 2007) et de E. Zahrouni (à Marrakech, Nov. 2007). Nous avons décidé de poursuivre dans cette direction en 2008 pour soutenir des échanges entre ces deux universités.

3.1 Missions

La durée de chaque mission est d'une semaine et son budget est de 1000 euros environ. Pour l'année à venir, nous pensons utiliser le support pour réaliser des missions entre les différentes équipes mais aussi pour réunir à Lille, la fin de l'année, les acteurs du projet.

3.1.1 Missions prévues entre septembre et décembre 2008

- Nous profiterons de la tenu du colloque de restitution des réseaux et de la venue de E. Zahrouni et M. Abounouh pour que ceux-ci consolident les travaux entamés à l'occasion des missions sud-sud de 2007.
- Une mission groupée (C. Calgaro, J.P. Chehab, O. Goubet) est programmée la FST de Marrakech (novembre 2008)
- Nous voudrions profiter de la fin des crédits pour faire venir E. Zahrouni en France en décembre

3.2 Rencontres

Un projet d'Ecole d'été sur la thématique MASOH sera organisé (à Monastir ou à Marrakech) courant 2008-2009 ; nous utiliserons pour cela d'autres supports.

4 Annexe

4.1 Travaux et programmes de travail

4.1.1 Equations d'ondes et schémas multiniveaux

C. Calgaro (Lille), J.-P. Chehab E. Zahrouni (Monastir) et J. Laminie (Orsay) ont essayé de développer des méthodes multiniveaux pour l'intégration en temps d'équations telles que KdV, Kuramoto-Sivashinski, Benjamin-Ono. Les méthodes multiniveaux inspirées de Galerkin Non Linéaire (GNL) ne sont pas adaptées à ce contexte (sauf KSE) puisque les transferts d'énergie vont des modes bas à ceux élevés ; il n'y a pas d'effet régularisant contrairement aux EDP paraboliques pour lesquelles les méthodes multiniveaux GNL avaient été imaginées. Il s'agit d'un résultat *a priori* négatif mettant en évidence la nécessité d'avoir un amortissement. Ce travail est rassemblé dans [?] déposé comme rapport technique INRIA.

4.1.2 Approximation des équations d'ondes

La clef de l'analyse de Fourier est la décomposition des solutions d'une EDP sur les valeurs propres du laplacien sur un domaine borné. J.-P. Chehab et L. Di Menza se posent la question de l'opportunité d'un tel calcul sur les états excités de NLS en dimension plus grande que deux. En effet l'équation

$$-\omega u + \Delta u + |u|^\sigma u = 0$$

admet une infinité de solutions φ_k ordonnées par leurs nombres d'oscillations. La première solution correspond au "ground state" pour NLS. Est-ce que cela a un sens de d'approcher la solution de

$$iut + \Delta u + |u|^\sigma u = 0;$$

par des sommes de type $\sum \alpha_k(t)\varphi_k(x)$.

4.1.3 Equations faiblement amorties

1 M. Abounouh, H. Almoatassime, C.Calgaro, J.-P. Chehab

Développement et implémentation de schémas numériques pour la simulation d'une équation de KdV faiblement amortie, s'appuyant sur l'article [?].

Lors de la visite de C. Calgaro et J.-P. Chehab à la FST de Marrakech (Nov. 2007) le travail suivant a été mené

- Recherche de solutions stationnaires et périodiques (d'après [?]) et analyse de leur régularité
- Développements de codes en différences finies (d'ordre 2, 4, 6 en espace) et en spectral (Fourier) afin d'obtenir un jeu de résultats concordants.
- Extension des résultats sur l'attracteur discret à des discrétisations en différences finies d'ordre élevé.

A la suite de cela, un programme de travail sur ces thématiques a été défini par HA, MA, CC et JPC, il s'oriente autour des points suivants

Projet 1 *d'ici fin décembre 2007- janvier 2008* : finalisation du travail entamé sur l'équation de KdV amortie suivant les étapes

- Etude d'un schéma aux différences finies de type Sanz-Serna (ordre 2,4,6 en espace)
- Attracteurs discrets
- Simulation numérique dans laquelle on retrouve une dynamique non triviale pour les grands temps (solutions stationnaires, périodiques en temps, cf [?]), régularisation asymptotique, comparaison différences finies-Fourier

Projet 2 *d'ici juin 2008* : étude et mise en œuvre d'un schéma de splitting pour NLS et KdV. Il s'agit, suivant un principe de Duhamel, de décomposer la solution u en somme d'une part, d'une fonction v de même régularité que la condition initiale et exponentiellement amortie et, d'autre part, d'une fonction w , plus régulière.

Projet 3 Développement d'une méthode multiniveau sur la partie w de la solution décomposée.

Il est prévu que chaque étape puisse donner lieu à un document écrit soumis à publication.

2 O. Goubet, E. Zahrouni

Schémas pour les grands temps

Etude d'un schéma semi-discret en temps de type Crank-Nicolson scheme pour les équations de Schrödinger nonlinéaire faiblement amorties avec terme de forçage. Preuve de l'existence d'un attracteur de dimension finie pour ce système dynamique. Ce travail fait l'objet d'un article actuellement soumis [?].

4.2 Avancements des thèses

4.2.1 avancement de la thèse de I. Damergi

Situation administrative: inscription en thèse à Tunis, co-encadrement en France par Ch. Besse (Lille) et O. Goubet (Amiens).

Suite à la visite en France de Ibtissem Damergi en novembre 2007, celle-ci doit maintenant implémenter la méthode des PML pour la résolution numérique de

$$u_t + i\Delta u + i\cos(\Omega t)|u|^2u = 0$$

Le code présente encore des imperfections, car les ondes produites ne sont pas absorbées par le bord (c'est l'objet des PML d'éviter la réflexion), et la forme des ondes en est altérée. Ibtissem va vérifier ligne à ligne son code de calcul. Ezzedine Zahrouni et Ibtissem Damergi vont réfléchir au problème théorique sous-jacent à l'étude des PML. Ce problème est très intéressant. Pour la partie théorique, le résultat suivant a été démontré. Soit Ω fixé. Alors il existe une donnée initiale u_0 telle que $u(t)$ explose en temps fini. Un article est en cours de rédaction sur le sujet. Néanmoins rien n'a avancé dans cette direction, notamment dans les deux directions suivantes :

- Etablir le résultat complémentaire du précédent. Pour u_0 donné qui donne lieu à une solution explosive si $\Omega = 0$, peut-on exhiber Ω assez grand qui stabilise la solution et empêche ou retarde l'explosion ?
- Essayer de démontrer l'explosion par la méthode de Glassey pour le schéma *semi-discrétisé* en temps.

Sur ce dernier point, Olivier Goubet va rédiger une petite note pour comparer avantages et inconvénients des différentes méthodes numériques utilisées pour NLS.

Ibtissem Damergi est en train de valider un code numérique pour l'approximation des solutions des équations de Schrodinger non-linéaires en utilisant les PML. Un article accepte avec O. Goubet sur la partie théorique du sujet. I. Damergi a bénéficié en juin 2008 de la présence à Monastir de Jacques Laminie (Orsay et UAG) pour suivre une formation accélérée en programmation en fortran 90.

4.2.2 Avancement de la thèse de E. Ezzoug

Situation administrative: inscription en thèse à Tunis, co-encadrement en France par J. Laminie (Orsay et Pointe-à-Pitre) et O. Goubet (Amiens).

Le code de Emna Ezzoug donne des résultats intéressants. Elle arrive à capturer soit l'explosion, soit la décroissance vers 0 suivant que la donnée initiale est grande ou petite. Le code reste encore à être validé totalement. Il faut en outre vérifier que la condition initiale choisie remplit les conditions au bord. La rédaction de ce qu'à écrit Emna Ezzoug jusqu'alors doit être formalisé pour commencer à apparaitre sous la forme de manuscrit de thèse. Il serait bon de comparer les versions Sanz-Serna et Fortin des schémas utilisés par Emna Ezzoug. Elle est invitée à regarder dans deux directions complémentaires

- Etudier le système dynamique donné par la discrétisation en temps de NLS par Crank-Nicolson en 2D, dans l'esprit de l'article [?]
- Essayer de démontrer l'explosion par la méthode de Glassey pour le schéma semi-discrétisé en temps. Des inégalités fonctionnelles en différences finies devront être établies.

En cours de rédaction des travaux entrepris avec E. Zahrouni sur l'approximation par une méthode de Crank-Nicolson des équations de Schrodinger bi dimensionnelles en présence d'un amortissement. Code numérique a valider. E. Ezzoug a bénéficié en juin 2008 de la présence à Monastir de Jacques Laminie (Orsay et UAG) pour suivre une formation accélérée en programmation en fortran 90.

4.2.3 Avancement de la thèse de M. Trabelsi

Situation administrative: inscription en thèse à Monastir, co-encadrement en France par JP. Chehab (Amiens).

Un code sur la résolution numérique des équations quasi-géostrophiques par méthodes spectrales a été écrit. Après avoir considéré un schéma d'Euler semi-implicite classique (implicite pour les termes linéaires, explicites pour ceux non linéaire)

$$\theta^{n+1} = \mathcal{F}^{-1} [(I + dt\eta|k|^2k)^{-1}\mathcal{F}(\theta^n) - idt(I + dt\eta|k|^2k)^{-1}kcalF(u^n\theta^n)],$$

elle a implémenté un schéma de splitting

$$\theta^{n+1/2} = \mathcal{F}^{-1}[(I + dt\eta|k|^2k)^{-1}\mathcal{F}(\theta^n)]$$

puis

$$\theta^{n+1}(X) = \theta^{n+1/2}(X - dtu^{n+1/2})$$

Ici \mathcal{F} désigne l'opérateur de FFT.

4.3 Nouvel étudiant en thèse à Amiens

Depuis le 1.10.08 (officiellement), Georges Sadaka prépare une thèse sous la direction de J.-P. Chehab ; ce dernier a obtenu une bourse de la Région Picardie (1650 euros brut / mois) dans le cadre de l'appui à l'émergence, pour financer la thèse dont le sujet est *Etude mathématique et numérique d'équations d'ondes aquatiques amorties*. G. Sadaka bénéficie en outre d'un support de monitorat.

References

- [1] A. Abounouh, H. Al Moatassime, J.-P. Chehab, S. Dumont, O. Goubet, Discrete Schrödinger Equations and dissipative dynamical systems, Comm. in Pure and Applied Analysis, 7, (2008), no 2, 211-227.
- [2] A. Abounouh, H. Al Moatassime, C. Calgaro, J.-P. Chehab, Global attractor for a total discretization of damped forced Korteweg-de Vries equation
- [3] C. Calgaro, J.-P. Chehab, J. Laminie, E. Zahrouni, numerical schemes for wave equations, en préparation
- [4] M. Cabral, R. Rosa, Chaos for a damped and forced KdV equation, Physica D 192 (2004) no. 3 & 4, 265-278.
- [5] O. Goubet, E. Zahrouni, On a time discretization of a weakly damped forced nonlinear Schrödinger equation, soumis