

Exercice 1 (Crible d'Eratosthène)

Colorer en vert tous les nombres ci-dessous qui ne sont pas premiers et en bleu ceux qui le sont.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Exercice 2

Les nombres suivants sont-ils premiers?

349, 2211, 2491, 8999, 3737 et $(abab)_{10}$ où a et b sont des chiffres de 0 à 9.

Exercice 3

En ayant préalablement décomposé les nombres en facteurs premiers, déterminer les pgcd de :

a. 12 et 8 b. 12 et 6 c. 192 et 84 d. 2535 et 4335

Exercice 4

Dans une maison, on veut carreler les sols de deux pièces.

- Le sol de la salle à manger est un rectangle de longueur 4,9 m et de largeur 3,85 m. On veut carreler cette pièce avec des carreaux carrés de 33 cm de côté. On commence la pose par un coin de la pièce comme le suggère la figure 1.

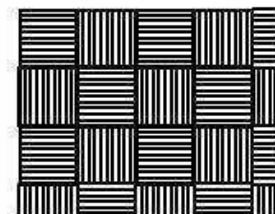


Figure 1

Calculer le nombre de carreaux non découpés qui auront été posés.

- Le sol de la cuisine est un rectangle de longueur 4,20 m et de largeur 3,15 m. On veut carreler cette pièce avec un nombre entier de dalles carrées, sans aucune découpe. Quel est alors le plus grand côté possible des dalles carrées à utiliser pour carreler cette cuisine?

Exercice 5

Un fleuriste a un stock de 135 roses et 81 fougères. Comment faire le plus grand nombre de bouquets identiques constitués de roses et de fougères en épuisant tout ce stock?

Exercice 6

1. Décomposer en facteurs premiers les deux nombres suivants: $a = 9016$ et $b = 37030$.
2. En déduire $\text{pgcd}(a,b)$ et $\text{ppcm}(a,b)$.
3. Calculer $\frac{1}{9016} + \frac{1}{37030}$.
4. Calculer $\frac{63}{9016} - \frac{259}{37030}$.

Exercice 7

Combien y-a-t-il de diviseurs positifs de 774 000?

Exercice 8

1. Déterminer $\text{ppcm}(3450,2346)$.
2. Calculer $\frac{7}{3450} - \frac{5}{2346}$.

Exercice 9 (concours P.E.)

- a. Si un nombre est un multiple de 6 et de 9 alors il est multiple de 54. Vrai ou Faux?
- b. Il existe au moins un entier compris entre 11 000 et 12 000 dont le pgcd avec 2 180 est 545. Vrai ou Faux?

Exercice 10

Rappel : Les nombres rationnels sont les nombres qui s'écrivent sous la forme $\frac{a}{b}$ où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^*$.

L'ensemble des nombres rationnels est noté \mathbb{Q} . Cet ensemble contient un sous-ensemble particulier noté \mathbf{D} et appelé ensemble des décimaux qui est défini par $\mathbf{D} = \left\{ \frac{a}{10^n} \in \mathbb{Q} \text{ où } a \in \mathbb{Z} \text{ et } n \in \mathbb{N} \right\}$.

Parmi les fractions suivantes, quelles sont celles qui appartiennent à \mathbf{D} ?

- | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------------------|
| a. $\frac{17}{8}$ | b. $\frac{8}{17}$ | c. $\frac{2794}{55}$ |
| d. $\frac{1096}{152}$ | e. $\frac{642}{375}$ | f. $\frac{10^{50}}{10^{51} - 1}$ |

Exercice 11

Pour tout entier n , les expressions suivantes sont-elles vraies ou fausses?

- i. $n^3 - n$ est toujours un multiple de 3.
- ii. $n^3 - n$ est toujours un multiple de 6.
- iii. $n^3 - n$ est toujours un multiple de 9.

Justifiez vos réponses.

Exercice 12

1. Montrer que le produit de quatre entiers positifs consécutifs est un multiple de $4!$.
2. Trouver un polynôme P tel que, pour tout entier n , $P(n)$ soit toujours un multiple de $4!$.

Exercice 13

On range 27 bouteilles dans des casiers identiques.

On remplit complètement un casier avant de passer au suivant .

Sachant que le dernier casier est exactement à moitié rempli, trouver combien il a fallu de casiers et combien peut contenir un casier (il y a plusieurs solutions...).

Exercice 14

On divise respectivement 245 et 290 par un même entier naturel b et on trouve pour restes respectivement 11 et 17 . Montrer qu'il n'y a qu'une solution possible pour b .

Exercice 15

Combien y-a-t-il de façons de payer 8,40 euros si on ne possède que des pièces de 20 centimes et de 50 centimes?

Exercice 16

Soit une somme S comprise entre 100 euros et 350 euros. On sait que, si cette somme est partagée en un nombre entiers d'euros équitablement répartis entre cinq personnes, alors il restera 1 euro.

Par contre, si on la partage entre 7 personnes, il ne restera rien.

Trouver toutes les sommes S possibles.

Exercice 17

1. Trouver le plus petit commun multiple des trois entiers 34,18 et 24.
2. Trouver le plus petit entier $n > 10\,000$ tel que le reste de la division euclidienne de n par 34, 18 et 24 soit, à chaque fois, égal à 5.

Exercice 18

Trouver les couples d'entier naturels $a < b$ tels que $\text{ppcm}(a,b) - \text{pgcd}(a,b) = 15$.