Université de Picardie Jules Verne

Mathématiques

UE Libre : Arithmétique

Td 2 **2nd semestre** **2016-2017**

Exercice 1 D'après Jacques Rouxel, "Les Shadoks" (Editions circonflexe).

Les cerveaux des Shadoks ne comportent que 4 cases. Et ceux-ci ne connaissent que les 4 mots : GA BU ZO et MEU. Voici un de leurs problèmes (existentiel?) :

« Le calcul, lui aussi, leur avait toujours donné pas mal de fil à retordre. Etant donné qu'avec quatre mots, ils ne pouvaient pas compter plus loin que quatre. Mais le professeur Shadoko avait réformé tout ça.

Quand il n'y a pas de Shadoks, on dit GA et on écrit : Ø
Quand il y a un Shadok de plus, on dit BU et on écrit : I
Quand il y a encore un Shadok, on dit ZO et on écrit : L
Et quand il y en a encore un autre, on dit MEU et on écrit : Δ

Tout le monde applaudissait très fort et trouvait ça génial sauf le Devin Plombier qui disait qu'on n'avait pas idée d'inculquer à des enfants des bêtises pareilles et que Shadoko, il fallait le condamner. Il fut très applaudi aussi. Les mathématiques, cela les intéressait, bien sûr, mais brûler le professeur, c'était intéressant aussi, il faut dire. Il fut décidé à l'unanimité qu'on le laisserait parler et qu'on le brûlerait après, à la récréation.

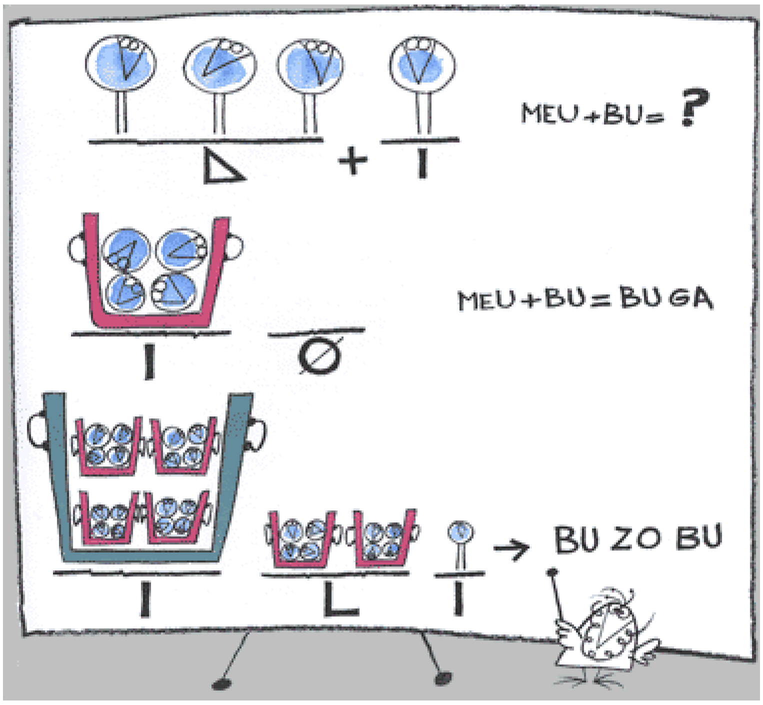
Répétez avec moi: MEU ZO BU GA... GA BU ZO MEU.

- Et après ! ricanait le Plombier.
- Si je mets un Shadok en plus, évidemment, je n'ai plus assez de mots pour les compter, alors c'est très simple : on les jette dans une poubelle, et je dit que j'ai BU poubelle.
Et pour ne pas confondre avec le BU du début, je dis qu'il n'y a pas de Shadok à côté de la poubelle et j'écris BU GA.
BU Shadok à côté de la poubelle : BU BU.
Un autre : BU ZO.
Encore un autre : BU MEU.
On continue.
ZO poubelles et pas de Shadok à côté : ZO GA... etc.

MEU poubelles et MEU Shadok à côté : MEU MEU.
Arrivé là, si je mets un Shadok en plus, il me faut une autre poubelle. Mais comme je n'ai plus de mots pour compter les poubelles, je m'en débarrasse en les jetant dans une grande poubelle. J'écris BU grande poubelle avec pas de petite poubelle et pas de Shadok à côté : BU GA GA
Et on continue... BU GA BU, BU GA ZO... MEU MEU ZO, MEU MEU MEU.
Quand on arrive là et qu'on a trop de grandes poubelles pour pouvoir les compter, eh bien, on les met dans une super-poubelle, on écrit BU GA GA GA, et on continue.

Mais le Devin Plombier criait que tout ça c'était pas clair. Qu'on allait écrire un nombre, là, sur la pancarte et que si demain les écoliers n'avaient pas trouvé combien de Shadoks ça faisait, eh bien, on le brûlerait jusqu'au bout, le Professeur. »

Voici ce que professeur Shadoko a écrit au tableau : (dessin de Jacques Rouxel)



1. Compter en Shadoks (symbolisme et linguistique) jusqu'à 10
2. Traduire en numération Shadoks (symbolisme et linguistique) les nombres suivants :
   a. 12
   b. 15
   c. 55
3. Effectuer les opérations suivantes dans le système de numération Shadoks :
   a. ΔIL + LL
   b. LIΔ + LØI
   c. ΔIL – LL
   d. LIΔ – LØI
   e. MEU GA BU plus ZO BU ZO
   f. MEU GA BU moins ZO BU ZO
   g. ΔLILØΔ + IIΔØΔΔ
4. Faire les calculs suivants :
   a. ΔIL× Ø
   b. ΔIL× I
   c. ΔIL× L
   d. ΔIL× Δ
   e. ΔIL× II
   e. ΔIL× IØ
   f. ΔIL× LΔ
5. Faire les calculs suivants :
   a. ILΔ × IØ
   b. ILΔ × IØØ
   c. Déterminer une règle pour la multiplication par BU GA puis par BU GA GA.

Exercice 2 *Il y a 10 sortes de personnes : ceux qui connaissent le binaire et les autres.*

1. Combien vaut en base 10 le nombre 1001011 écrit en base 2?
2. Ecrire le nombre 62 en base 2.

Exercice 3

Le système hexadécimal, c'est-à-dire la base 16, utilise les 16 caractères suivants : les chiffres de 0 à 9 et puis les lettres de A à F. Dans certains systèmes informatiques, les adresses mémoires sont indiquées en hexadécimale notée par exemple &A0C3 (le symbole & en préfixe sert à différencier des décimaux).

1. Donner les valeurs décimales de chacune des lettres de A à F.
2. Combien vaut le nombre &A0C3?
3. Ecrire le nombre mille en hexadécimale.
4. Sans calculatrice faire l'addition &BFA+&32Al.

Exercice 4

On considère un pays imaginaire où le système de monnaie serait le suivant :

La plus petite pièce de monnaie s'appelle la P_0 et vaut 1 "trauchair".
La pièce immédiatement supérieure en valeur s'appelle la P_1 est vaut 5 fois la P_0.
La pièce suivante est la P_2 et vaut 5 fois la P_1.
La pièce P_3 vaut 5 fois la pièce P_2.
On continue ainsi de suite.

1. Combien a-t-on de trauchairs si on a 4 pièces P_3, 3 pièces P_2 et 1 pièce P_0?
2. Comment écrit-on en base cinq le nombre 551?
3. Comment payer 667 trauchairs en utilisant au maximum 4 pièces de chaque sorte?

Exercice 5 (concours P.E. 2011)

Peut être trouvé ici : http://cache.media.education.gouv.fr/file/sujets_2011/43/7/PE2-11-PG1_156437.pdf

1. a. Vérifier que l'écriture en base 3 du nombre 11 est 102
   b. Quelle est l'écriture en base 3 du nombre 74?
   c. Que peut-on dire d'un nombre écrit en base 3 qui se termine par le chiffre 0?
2. On appelle *nombre 2-lacunaire* un nombre dont l'écriture en base 3 n'utilise pas le chiffre 2.
   Par exemple, 12 est 2-lacunaire car en base 3 il s'écrit 110.
   Trouver tous les entiers 2-lacunaires compris entre 0 et 100 (il y en a 24).

Exercice 6

Soit k un entier compris entre 1 et 10, on considère le nombre $99 \times k$.

1. Vérifier que $99 \times k = (k-1)\times 100 + 9\times 10 + 10 - k$.
2. En déduire l'écriture en base 10 du résultat de $99 \times k$?
3. En déduire la somme des chiffres du nombre $99 \times k$.
4. Trouver un résultat analogue pour la somme des chiffres du nombre $999 \times k$.
   Prouvez-le.

Exercice 7 Un (très) petit tour…

1. On considère la suite d'instructions suivantes
   i) Prenez un nombre à deux chiffres différents
   ii) Formez un deuxième nombre en renversant l'ordre des chiffres.
   iii) Soustraire le plus petit du plus grand pour obtenir un nouveau nombre.
   iv) Additionnez les chiffres de ce nombre : combien trouvez-vous?
   Expliquez pourquoi le résultat sera toujours le même.
2. Que se passe-t-il si l'on prend au départ un nombre à 3 chiffres différents au lieu de 2 chiffres?

Exercice 8 L'énigme d'Halloween et Noël.

Expliquer mathématiquement l'égalité suivante : 31 oct. = 25 dec.

Exercice 9

1. Le nombre *A* s'écrit 35 en base 6 et 27 en base *a*. Quelle est la valeur de *a*?
2. Le nombre *B* s'écrit 1042 en base 8 et 457 en base *b*. Quelle est la valeur de *b*?

Exercice 10

Dans quelle base le nombre mille s'écrit-il 516?
Indication numéraire : $\sqrt{19881} = 141$.

Exercice 11

En base 12, la lettre A correspond à 10 et la lettre B à 11.

1. Ecrire en base 12 les cinq nombres qui suivent AA9.
2. Ecrire en base 12 les cinq nombres qui précèdent B02.