

I. Les systèmes de numération :

Une approche historique

NUMERATION

Dans chaque culture coexistent

- un système de sons (des mots),
- de signes (doigts,...)
- quelquefois un système symbolique écrit.

NUMERATION

Ces systèmes sont des **systems de numération**

- Le système des sons d'une langue permettant de désigner les nombres est son système d'**énonciations des nombres**.

Il est spécifique d'une langue. Par exemple

« un,deux,trois,....» est le système d'énonciation du français,

« Один, Два, Три,... » est le système d'énonciation du russe.

- Le système des sons d'une langue permettant de désigner les nombres est son système d'énonciations des nombres.

Il est spécifique d'une langue. Par exemple

« un,deux,trois,....» est le système d'énonciation du français,

« Один, Два, Три,... » est le système d'énonciation du russe.

-Il existe aussi un système de signe,
on désigne un nombre par une posture particulière ou un lieu sur son propre corps.



pièce de 2 roupies

- Le système des sons d'une langue permettant de désigner les nombres est son système d'énonciations des nombres.

Il est spécifique d'une langue. Par exemple

« un,deux,trois,....» est le système d'énonciation du français,

« Один, Два, Три,... » est le système d'énonciation du russe.

-Il existe aussi un système de signe,
on désigne un nombre par une posture
particulière ou un lieu sur son propre corps.



pièce de 2 roupies

-Il existe aussi quelquefois un
système écrit de numération :

Moderne

2015,

Romain,

MMXV,

Cunéiforme

𐎠𐎢𐎡𐎣 𐎠𐎢𐎡𐎣

Les différents aspects de la notion de nombre

La notion de nombre, même sous sa forme la plus simple, celle des nombres "naturels" présente des domaines d'expériences variés : compter, classer, mesurer.

Ces différents domaines se retrouvent dans les systèmes d'énonciation.

Premier aspect de la notion de nombre :

LA CARDINALITE

- Le nombre sert à compter. Dans un processus de comptage c'est le nombre comme représentation de la cardinalité qui est en jeu.

Par exemple dans "j'ai trois fils" le mot "trois" désigne clairement une quantité : le **nombre** de mes fils.

Deuxième aspect de la notion de nombre

ORDINAL

- Le nombre sert aussi à classer. Dans un processus de classement c'est l'aspect ordinal du nombre qui entre en jeu.

Dans la phrase « mon troisième fils » le mot "troisième" ne désigne plus une quantité mais un classement, un ordre.

Les mots du français désignant les ordinaux sont : premier, second (ou deuxième), troisième,.....

Troisième aspect de la notion de nombre

METROLOGIE et QUANTIEME

Enfin les nombres peuvent servir à mesurer, c'est l'aspect **métrologique** du nombre qui apparaît ici.

Ce dernier aspect donne naissance à un paradigme nouveau : les nombres qui ne sont pas des entiers.

Dans la phrase « une baguette et demi s'il vous plait »

Le mot « demi » est lié au nombre 2, il signifie qu'on parle de la moitié d'une unité (ici la baguette).

Les nombres qui désignent la $n^{\text{ième}}$ partie d'une unité sont les **quantièmes**, en français les quantièmes sont : demi, tiers, quart,....

L'énonciation

L'énonciation : les *nœuds*

Dans toutes les langues, certains nombres sont désignés par un mot particulier.

Par exemple en français le nombre 100 est désigné par le mot «cent» ou encore le nombre 9 est «Bederatzi» en basque.

Ces mots sont les «**nœuds**» du système d'énonciation des nombres de la langue en question.

L'énonciation : les *nœuds*

Dans toutes les langues, certains nombres sont désignés par un mot particulier.

Par exemple en français le nombre 100 est désigné par le mot «cent» ou encore le nombre 9 est «Bederatzi» en basque.

Ces mots sont les «**nœuds**» du système d'énonciation des nombres.

Les autres nombres sont désignés par des mots composés qui combinent plusieurs nœuds en suivant certaines règles.

L'énonciation : les *règles de composition*

Dans la langue française, deux règles d'association des nœuds sont utilisées :

L'énonciation : les *règles de composition*

Dans la langue française, deux règles d'association des «nœuds» sont utilisées :

- Règle additive : dix-huit (addition des deux nœuds «dix» et «huit») .Le nœud de moindre valeur suit celui de valeur plus élevée.

L'énonciation : les *règles de composition*

Dans la langue française, deux règles d'association des «nœuds» sont utilisées :

- Règle additive : dix-huit (addition des deux nœuds «dix» et «huit»). Le nœud de moindre valeur suit celui de valeur plus élevée.
- Règle multiplicative : trois-milles (multiplication des deux nœuds , «trois» et «mille»), ou encore quatre-vingt (4 fois 20). Le nœud de plus forte valeur suit celui de moindre valeur.

Le système d'énonciation résulte donc de l'utilisation simultanée de deux ingrédients :

- Un système de nœuds
- Un ensemble de règles de composition

Chacun de ces deux ingrédients diffère fortement d'une culture à une autre, d'une langue à une autre.

Autres langues : autres systèmes

Autres langues : autres systèmes

Autres règles

Règle soustractive :

Qui peut être illustrée par le Latin :

Duodeviginti (littéralement « deux de vingt » formé des nœuds « duo » et « viginti ») pour désigner 18.

Autres langues : autres systèmes

Autres règles

Règle soustractive :

Qui peut être illustrée par le Latin :

Duodeviginti (littéralement « deux de vingt » formé des nœuds « duo » et « viginti ») pour désigner 18.

Règle de division :

Illustrée par le Breton « hanter-kant » (littéralement «demi-cent») formé des nœud «hanter» (désignant « demi ») et «kant» (désignant 100))

Qui désigne le nombre 50.

Autres langues : autres systèmes

Autres règles

- Règle protractive :

Illustrée par le Yucatèque

holhu-tu-ca-kal (littéralement «dix-cinq vers la seconde vingtaine» en yucatèque) désignant 35.

Autres langues : autres systèmes

Autres règles

- Règle protractive :

Illustrée par le Yucatèque

holhu-tu-ca-kal (littéralement «dix-cinq vers la seconde vingtaine» en yucatèque) désignant 35.

La plupart des langues utilisent simultanément plusieurs de ces règles, le français est additivo-multiplicatif, le latin est additivo-multiplicatif et soustractif, le yucatèque additif et protractif.

Autres langues : autres systèmes

Autres noeuds

- Système décimal : les noeuds sont les nombres de 1 à 10, (les multiples de 10), puis les puissances de 10. Par exemple le français (Belgique)

Un , deux, trois , ..., dix, vingt, ... , soixante, septante, octante, nonante, cent,.....

Autres langues : autres systèmes

Autres noeuds

- Système décimal : les noeuds sont les nombres de 1 à 10, (les multiples de 10), puis les puissances de 10. Par exemple le français (Belgique)

Un , deux, trois , ..., dix, vingt, ... , soixante, septante, octante, nonante, cent,.....

- Système quinaire : les mots-nombres sont les nombres de 1 à 5, (les multiples de 5), puis les puissances de 5. (Wolof)

Autres langues : autres systèmes

Autres noeuds

- Système décimal : les noeuds sont les nombres de 1 à 10, (les multiples de 10), puis les puissances de 10. Par exemple le français (Belgique)

Un , deux, trois , ..., dix, vingt, ... , soixante, septante, octante, nonante, cent,.....

- Système quinaire : les mots-nombres sont les nombres de 1 à 5, (les multiples de 5), puis les puissances de 5. (Wolof)

-Vigésimal : les mots-nombres sont les nombres de 1 à 20, (les multiples de 20), puis les puissances de 20. (Basque)

Autres langues : autres systèmes

Autres nœuds

Il existe aussi des langues ayant un système octal (huit) ou encore duodécimal (12).

De nombreuses langues utilisent un système de nœuds mixte, c'est le cas du français ou du basque par exemple :

Soixante, soixante-dix, quatre-vingt n'appartiennent pas à un système décimal mais plutôt à un système vigésimal. Le système des nœuds du français (France) est décimal et vigésimal.

Le wolof a un système de nœuds quinaire et décimal.

Les systèmes de signes

En occident on compte aujourd'hui sur ses doigts (10), mais d'autres populations ont d'autres habitudes, certains comptent avec le pouce sur les phalanges (12), d'autres sur les creux entre les doigts (8), sur les doigts et les orteils (20), sur les doigts d'une seule main (5) sur les doigts avec le pouce (8).

Les systèmes de signes

Le "choix" du système, décimal, quinaire, vigésimal, octal ou duodécimal semble lié à l'habitude culturelle de compter avec certaines parties de son corps.

Irrégularités des systèmes

Les langues vivantes sont peu ou prou toutes irrégulières dans leur système d'énonciation. L'origine de ces « irrégularités » est sans doute à chercher dans

- Des usages commerciaux.
- Les héritages culturels, contact avec d'autres civilisations
- La multiplicité des modes de subdivision au sein d'une même culture comme par exemple l'usage de subdiviser la journée en 24 heures, mais un euro en 100 centimes,....

Irrégularités des systèmes

Dépendant de l'usage ou de la destination d'un discours ou d'un document écrit, les systèmes d'énonciation ou de numération écrite peuvent varier au sein d'une même culture.

La France contemporaine donne des exemples de coexistence de plusieurs systèmes d'énonciation (pas toujours très académiques).

L'argot concernant les sommes d'argent (une "brique", "cent patates").

Système non décimaux dans les activités commerciales : douzaines d'huître ou paires de francforts.

Certains quantièmes existent en plusieurs exemplaires : "livre" de cerises, mais "demi"-baguette

Irrégularités des systèmes

Le système de notation n'est pas non plus unifié :

La notation "en chiffres Romains" est utilisée dans des occasions solennelles, pour marquer les dates sur les bâtiments par exemple.

La notation "Arabe" est utilisée dans les documents techniques.

Irrégularités des systèmes

Un exemple plus extrême de coexistence de plusieurs systèmes de notation est donné par certaines civilisations mésoaméricaines :

Un seul système d'énonciation existe, mais deux systèmes de numération écrite obéissant à des règles très différentes coexistent

- 1) Un système utilisant seulement deux symboles le « point » et la « barre ».
- 2) Un système dit « céphalomorphe » où les nombres sont représentés par des visages humains portant différents ornements.

Les règles d'assemblage des symboles sont différentes entre elles différentes des règles de la langue. Ils sont utilisés indifféremment et même quelquefois simultanément à l'intérieur d'un même document.

Systemes écrits de numération

Systemes écrits de numération

Les conditions d'émergence d'un système de notation symbolique (écriture) sont l'objet d'hypothèses variées.

On constate que l'invention ou l'adoption d'une écriture semble avoir été systématiquement accompagnée, voire précédée, par l'invention ou par l'adoption d'un système de notation des nombres. C'est-à-dire d'un **système de numération écrite**.

Systemes écrits de numération

L'utilisation d'un système numérique écrit est lié aux

Activités économiques :

- comptabilité
- inventaire

Systemes écrits de numération

L'utilisation d'un système numérique écrit est lié aux

Activités économiques :

- comptabilité
- inventaire

Activités sociales ou politiques :

- impôts et taxes

Systemes écrits de numération

L'utilisation d'un système numérique écrit est lié aux

Activités économiques :

- comptabilité
- inventaire

Activités sociales ou politiques :

- impôts et taxes

Activités techniques :

- architecture
- arpentage

Les nombres interviennent aussi dans des aspects plus inattendus de la vie des civilisations antiques : astrologie, numérologie ou vie politique (datation d'événement)

Exemples de documents datant des débuts de l'écriture

- Mésopotamie : Des tablettes sumériennes contemporaines des débuts de l'écriture ont été formellement identifiées comme étant des tablettes de comptabilité.





La première colonne à gauche est numérique

07/02/2015

Exemples de documents datant des débuts de l'écriture

Grèce archaïque : Des tablettes mycéniennes ont été identifiées comme des « bordereaux » de livraison (à contenu numérique).



07/02/2015

Exemples de documents datant des débuts de l'écriture

Égypte : Le principal document est le papyrus Rhind, il n'est pas contemporain des débuts de l'écrit en Égypte. Mais la nature de son contenu (c'est un recueil d'exercices corrigés) montre l'ancienneté déjà à cette époque de l'usage de nombres écrits en Égypte.

Handwritten mathematical text in Arabic script on aged paper, featuring various numbers, fractions, and algebraic expressions. The text is organized into several columns and rows, with some sections appearing to be calculations or proofs. The script is dense and characteristic of historical Islamic mathematics.



Exemples de documents datant des débuts de l'écriture

Méso-Amérique : Codex, calendrier.

Les glyphes de la colonne de droite représentent des nombres codés selon le système point-barre, les troisième et sixième glyphes de la colonne de gauche représentent des nombres codés selon le système céphalomorphe.

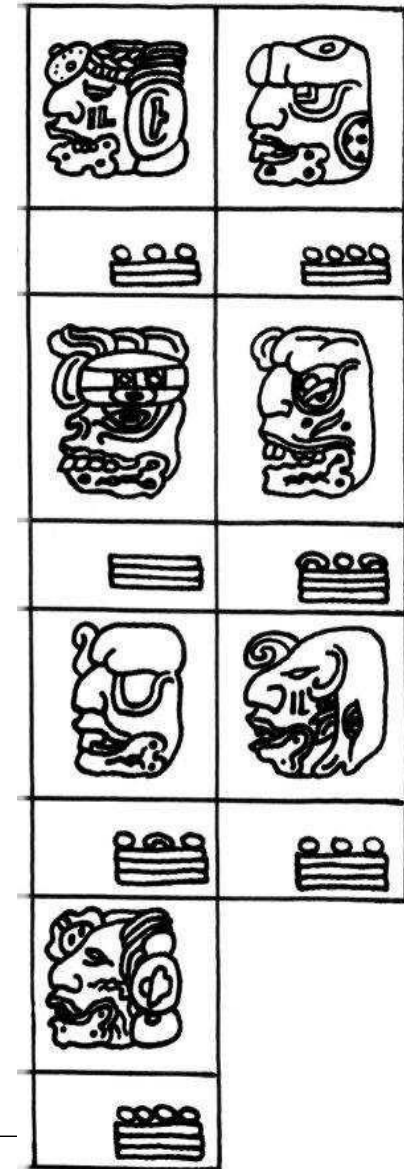
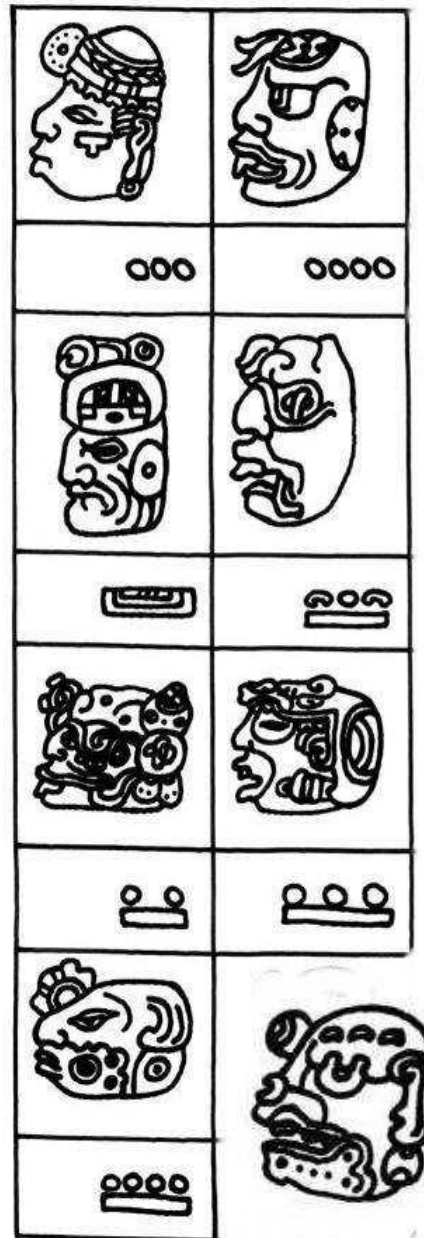


07/02/2015

Systeme point-barre

Et céphalomorphe

Mésaméricain.



DES DIFFERENTES MANIERES DE NOTER LES NOMBRES

.

Notation des textes : écriture

Commençons par observer les différents systèmes de notation du discours parlé, c'est-à-dire l'**écriture**.

- Notations idéographique
- Notations pictographiques
- Notations alphabétiques, consonantiques ou syllabaires

Notations idéographiques et pictographiques

Les systèmes de notations idéographiques ou pictographiques se propose de noter directement l'*objet* ou le concept désigné par un mot. Rendre tous les mots d'une langue par un idéogramme nécessite un nombre extrêmement important de pictogramme. Ce type de notation est relativement indépendant de la langue notée.

Notations idéographiques et pictographiques

1) S'il s'agit de noter un concept : par exemple le pictogramme



s'interprétera de la même manière

indépendamment de la langue pratiquée

par le lecteur.

2) Une phrase plus complexe ou un texte complet n'est pas qu'une simple juxtaposition de concepts, le sens est aussi contenu dans la syntaxe. Donc l'interprétation nécessite de connaître la signification de l'ordre particulier dans lequel les idéogrammes sont écrits, autrement dit nécessite une connaissance de la langue.

Notations alphabétiques, consonantiques ou syllabaires :

C'est le *son* du mot représentant un objet ou un concept dans une langue donnée qui est noté. Dans ce cas la notation est totalement liée à la langue parlée :

- . Un exemple de notation alphabétique est *no smoking*.
- . Un exemple de notation consonantique est **حظر التدخين**
- . Un exemple d'écriture syllabaire est donné par les **Hiraganas** japonais

La compréhension nécessite absolument la connaissance de la langue notée.

Conclusion sur l'écriture

En définitive, ce qui permet, ultimement, d'interpréter un système symbolique, qu'il soit idéographique ou alphabétique est la langue notée.

La compréhension d'un texte, quelque soit le type de solutions symboliques adoptée, nécessite un minimum de connaissance de la langue dans laquelle il est écrit.

Notations des nombres : Systèmes numériques

En matière de notation des nombres, le lien entre le système symbolique et la langue parlée par la personne décodant est souvent beaucoup plus distendu.

Si comprendre le codage "dix-huit" nécessite de connaître le français, comprendre le codage "893" ne nécessite pas la connaissance d'une langue particulière mais seulement du système de codage.

Le codage « dix-huit » est un **codage non spécifique**.

Le codage « 18 » est un **codage spécifique**.

Notations des nombres : Systèmes numériques

Les systèmes non spécifiques

Il s'agit de notations dérivant plus ou moins directement de l'écriture du texte représentant dans une langue donnée le ou les mots désignant un nombre.

- En France, actuellement, on utilise le système non spécifique, un, deux, trois, (sur les chèques bancaires...), on utilise donc directement la langue et son système d'écriture et d'énonciation pour la notation d'un nombre.

Toujours en français on reconnaît dans « octobre » la racine du mot désignant le nombre 8, d'une certaine manière ce nombre est donc noté dans le mot « octobre ».

Notations des nombres : Systèmes numérique

Les systèmes spécifiques

Le principe général de ces systèmes consiste en un choix d'un certain nombre de symboles qu'on appelle les **chiffres** et qui servent spécifiquement à la notation des nombres.

Chaque chiffre représente un nombre, les nombres qui ne sont pas représentés par un chiffre sont alors représentés par un agencement particulier de chiffre.

Le choix des valeurs représentées par les chiffres est en général lié à la culture et à la langue associée, très souvent les chiffres correspondent aux (ou à certains) nœuds du système d'énonciation associé.

Notations des nombres : Systèmes numériques

Les systèmes spécifiques

Systèmes spécifiques non positionnels

- Les règles d'agencement correspondent ou s'inspirent des règles du système d'énonciation. (système alphabétique grec)
- Les règles sont purement formelles, elles proviennent de choix esthétiques de calligraphie ou d'une "praticité" de lecture (système acrophonique Grèce antique)

Dans ces systèmes un même chiffre désigne toujours le même nombre indépendamment de sa position dans un agencement particulier.

Notations des nombres : Systèmes numériques

Les systèmes spécifiques

Systèmes spécifiques positionnels

Les règles d'agencement utilisent une propriété arithmétique des nombres que nous verrons plus tard :

Les exemples sont

- La notation cunéiforme (Mésopotamie)
- Le style point-barre (Mésos-amérique)
- La notation contemporaine

Exemples de notations spécifiques non positionnelles

I. Grèce antique

Plusieurs systèmes ont coexisté sans doute en raison de structures politiques peu unifiées.

Exemples de notations spécifiques non positionnelles

I. Grèce antique : Le système acrophonique

- 1 par une "barre verticale" | (ce n'est pas une lettre)
- 5 par la lettre gamma "Γ" (première lettre du mot " ΓΕΝΤΕ=pente" désignant 5 dans un dialecte de l'Attique)
- 10 par la lettre delta "Δ" (première lettre du mot " ΔΕΚΑ=Déca" désignant 10)
- 100 par la lettre "Η" (première lettre du mot 'HEKATON' désignant 100)
- 1000 par la lettre "Χ" (première lettre du mot "ΧΙΛΙΟΙ=Khilioi" désignant 1000).

Exemples de notations spécifiques non positionnelles

I. Grèce antique : Le système acrophonique

La règle d'association des symboles est la répétition et l'entrelacement .

Par exemple 50 s'écrit  et 51 s'écrit  I

On voit ici que l'entrelacement des symboles est d'une grande importance dans la lecture du nombre : une juxtaposition indique une addition un entrelacement une multiplication.

Exemples de notations spécifiques non positionnelles

I. Grèce antique : Le système alphabétique classique

Ce sont, dans ce système, les lettres de l'alphabet et leurs positions dans l'alphabet qui sont utilisées, ainsi

$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3, \delta = 4, \varepsilon = 5, \varsigma = 6, \zeta = 7, \eta = 8, \theta = 9, \iota = 10, \kappa = 20, \lambda = 30,$
 $\mu = 40, \nu = 50, \xi = 60, \omicron = 70, \pi = 80,$

$\rho = 90, \sigma = 200, \tau = 300, \upsilon = 400, \phi = 500, \chi = 600, \psi = 700, \omega = 800 .$

La règle de composition est additive. Par exemple, 823 s'écrit $\omega\kappa\gamma$ ce qui correspond à l'énonciation de ce nombre en grec. La présence dans ce système de la lettre ρ a permis de dater ce système au VII^e siècle. Il sera utilisé jusqu'à la période hellénistique.

Exemples de notations spécifiques non positionnelles

II. Égypte antique

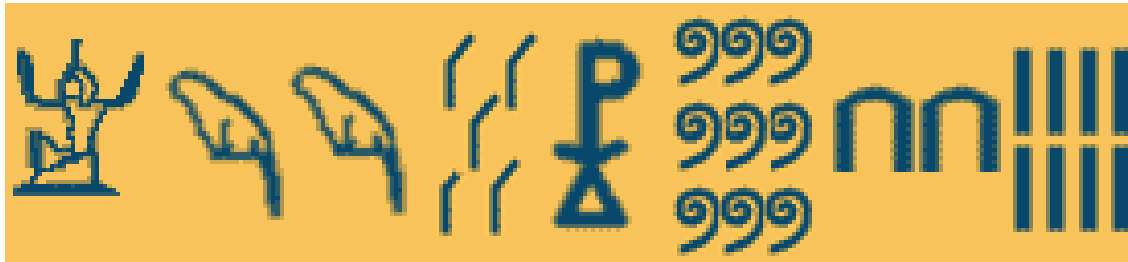
La liste de nombres choisis et les chiffres correspondants étaient 1, 10, 100, 1000, 10000, 100 000 et 1 000 000 représentés respectivement par un 'bâton', une 'hanse de sac', un 'papyrus enroulé', un 'lotus', un 'doigt montrant le ciel', un 'têtard' et un 'dieu accroupi'. La symbolique est la suivante, un sac contient 10 objets, un papyrus contient 100 textes, les lotus se trouvent par milliers, le doigt montre 10 000 étoiles.....

Les autres nombres sont représentés par la répétition, le nombre de fois nécessaire, des chiffres.

Exemples de notations spécifiques non positionnelles

II. Égypte antique

Par exemple 1251928 s'écrivait :



Dans ce type de système de numération écrite, la lecture se fait grâce à un comptage visuel des symboles répétés : dans l'exemple on compte 1 dieu = 1-million, deux têtards = 2 – cent milles, cinq doigts= 5 -dix-milles, etc...

C'est une notation répétito-additive.

Exemples de notations spécifiques non positionnelles

III. La Rome antique

Dans la Rome antique on utilisait les chiffres I, V, X, L, C, D, M représentant respectivement les nombres 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, pour 5000, on utilisait le symbole V surmonté d'une barre....

Le système de notation (qui date en fait du moyen-âge) utilise la répétition et la position relative des différents symboles : La lecture se fait de gauche à droite. Si un symbole de valeur inférieure est placé au-delà d'un symbole de valeur supérieure il venait augmenter la valeur globale du nombre, s'il était écrit avant il venait diminuer cette valeur.

$$VI = 5 + 1 (=6) \quad \text{ou} \quad MCDII = 1000 - 100 + 500 + 2 (=1402)$$

$$IV = -1 + 5 (=4) \quad \text{ou} \quad MDCII = 1000 + 500 + 100 + 2 (=1602)$$

Exemples de notations spécifiques non positionnelles

III. La Rome antique

La structure additivo-soustractive colle partiellement en apparence au système d'énonciation Latin.

Par exemple 19 - s'énonce unodeviginti

- s'écrit XIX

Mais 18 - s'énonce duodeviginti

- s'écrit XVIII.

Mais ce n'est que le résultat d'un hasard

Exemples de notations spécifiques non positionnelles

III. La Rome antique

La version de la notation avec laquelle nous sommes familiers date du moyen âge occidental, dans la Rome antique l'écriture d'un nombre requerrait beaucoup plus de symboles :

Par exemple 17 s'écrivait IIIIVIIIIXIIIIVII

La notation finale provient de simplifications successives : on ne conserve que les chiffres essentiels à la lecture IIIIVIIIIXIII**VII** devient **XVII**.

Limites des systèmes non positionnels

- Première limitation : Notation de "grands" nombres.

Pour les valeurs excédant la plus grande valeur représentée par un symbole seule la répétition de ce même symbole permet une écriture

Par exemple en Égypte l'écriture du nombre 100 000 000 aurait nécessité l'écriture de 100 "dieux accroupis"

Dans la Rome antique l'adjonction de 100 barres au dessus d'un "M".

Ce qui rend bien sur toute lecture impossible.

Cette limitation peut sembler sans conséquence pour des sociétés dont la technologie semble peu raffinée mais il n'en est rien.

Limites des systèmes non positionnels

Cette limite du système écrit correspond aux limitations inhérentes à tous les systèmes d'énonciation.

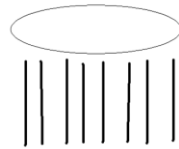
Chaque langue possède un nœud de plus grande valeur (en français "milliard"), en Égyptien antique "million", l'adoption d'un symbole pour désigner un nombre de plus grande valeur devient impossible dans ce contexte et empêche l'écriture de nombre de très haute valeur.

La langue possédant le mot-nombre de plus grande valeur est le sanskrit "Samhudra" valant 10^{26} (mot désignant aussi l'océan...).

Limites des systèmes non positionnels

Deuxième limitation : Ces systèmes ne permettent pas de noter les "quantièmes". Les Égyptiens avaient contourné partiellement cette limitation par l'adjonction d'un symbole supplémentaire : une petite "lentille" écrite au dessus d'un nombre indique son inverse par exemple

1/8 s'écrivait



La résolution est seulement partielle car elle ne concerne que les nombres inverses d'un entier.

Les romains quant à eux n'avaient pas de possibilité d'écrire d'autres nombres que les entiers.

Limites des systèmes non positionnels

Troisième limitation : Tout comme les langues les systèmes non positionnels sont très inadaptés au "calculs".

Aucun système d'énonciation n'est adapté à la manipulation arithmétique des nombres : Par exemple dans la phrase "Quatre fois sept, vingt-huit" il n'y a aucun lien linguistique entre d'une part "quatre" et "sept" et d'autre part "vingt" et "huit". Cette même difficulté se retrouve dans un système non positionnel : par exemple en chiffre Romain

"IV fois VII, XXVIII"

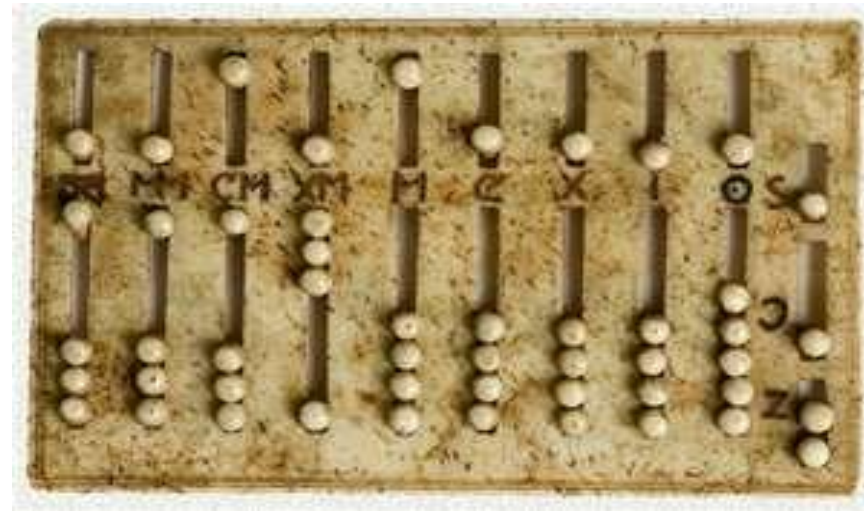
Limites des systèmes non positionnels

Les techniques ou les outils de calcul compensent dans une certaine mesure cette inadaptation.

Limites des systèmes non positionnels

Rome : Dans la Rome antique on utilisait des abaques (sorte de boulier)

Ils permettaient
d'effectuer des
additions



La multiplication étaient très difficiles à mener

Limites des systèmes non positionnels

Egypte : Les Égyptiens utilisaient un procédé appelé "duplication" pour mener les multiplications et un procédé appelé "dimidiation" pour mener les divisions.

Par exemple, pour multiplier 8 par 9 l'exécution se faisait comme suit :

---	1	8
	2	16
	4	32
---	8	64

$9=1+8$ le résultat est donné par l'addition des nombres de la deuxième colonne correspondants : $8+64=72$.

Le scribe ne pouvant exécuter mentalement que des multiplications par 2 (duplication)

Exemple de notation spécifiques positionnelles

Mésopotamie

Nous ne présentons ici que le système de numération correspondant à une période précise de l'histoire de la mésopotamie antique, la période paléo-Babylonienne.

Le système contient seulement deux chiffres :

Le « clou »  représentant le nombre 1

Le « chevron »  représentant le nombre 10

Exemple de notation spécifiques positionnelles Mésopotamie

La règle d'assemblage pour les autres nombres se fait en deux temps

1) Les nombres compris entre 1 et 59 étaient représentés par un paquet de chevrons et de clous répété le nombre de fois voulu.

Par exemple 45 était noté par 4 chevrons et cinq clous :



Ceci génère une famille de « super-chiffres » qui sont écrits, de fait, dans un système non positionnel similaire au système égyptien.

Exemple de notation spécifiques positionnelles

Mésopotamie

Les ‘super-chiffres’ Babyloniens

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50			

Exemple de notation spécifiques positionnelles Mésopotamie

2) Les nombres supérieurs à 60 étaient écrits par juxtaposition de « super-chiffres ».



On lit la succession de superchiffres "34. 22" qui représente le nombre $34*60+ 22$.

Ce qui est une technique de notation similaire à la technique contemporaine : La succession de chiffres « 59 » désignant le nombre le nombre $5*10+9$

Exemple de notation spécifiques positionnelles Mésopotamie

Les notations babyloniennes est donc très similaire au nôtre avec des différences mineures

BABYLONE

Deux symboles : chevron et clou représentant les nombres 1 et 10.

Par répétition : 59 « super-chiffres » représentant les nombres 1,2,3,.....,58,59

Assemblage de superchiffres de droite à gauche: le premier représente les unités, le second les soixantaines, le troisième les soixantaines de soixantaines, etc...

NOTATION 'MODERNE'

Dix symboles : les dix chiffres représentant les nombres de 0,1,...9

Assemblage des chiffres de droite à gauche : le premier représente les unités, le deuxième les dizaines, le troisième les dizaines de de dizaine (centaines), etc...

Babylone

«2» «24» «48» représente

$$2 * 60^2 + 24 * 60 + 48$$

Pas de « zéro »

L'absence d'une catégorie n'est pas explicitement indiquée, juste un espace un peu plus grand entre deux superchiffres l'indique

Notation moderne

'4''2''7' représente

$$4 * 10^2 + 2 * 10 + 7$$

Un symbole marque l'absence d'une catégorie est indiquée par un '0'

AUTRES CIVILISATIONS

Les civilisations de mésopotamie n'ont pas été les seules à avoir inventé des techniques efficaces de numérations.

La Chine ancienne utilise un système de 9 chiffres assemblés comme nous le faisons mais avec l'ajout de symboles des dizaines, centaines...

Les Mayas utilisaient un système identique sur le principe au système babylonien (Il n'y a évidemment aucun lien entre ces deux civilisations). Deux symboles, la barre horizontale et le point, étaient utilisés pour former des "superchiffres" de 1 à 19. Les nombres supérieurs étaient formés par un assemblage vertical de 'superchiffres' (les mésopotamiens assemblaient leur 'superchiffres' horizontalement).

Compléments historiques et chronologiques

Égypte antique

Au quatrième millénaire avant notre ère l'Égypte (époque archaïque) est déjà peuplée par des ethnies homogènes d'un point de vue culturel. Une unification politique s'opère débouchant sur la formation d'un empire.

Durant cette période l'écriture d'abord pictographique puis évoluant vers une écriture consonantique apparaît, se forme également le système numérique et les techniques mathématiques, qui restent quasiment inchangées sur les presque 3000 ans d'histoire égyptienne.

Les historiens distinguent différentes périodes : Ancien Empire -2500, -2000, Moyen Empire -2000/-1500, invasions Hyksos, Nouvel Empire -1000/-500. C'est cette période (-4000/-500) que nous appelons ici "égyptienne". Les périodes ultérieures, après l'invasion Perse, l'invasion d'Alexandre le grand puis l'occupation Romaine font disparaître progressivement le caractère proprement "égyptien".

Compléments historiques et chronologiques

Mésopotamie

Au 4^{ième} millénaire avant notre ère la Mésopotamie est déjà peuplée par différentes ethnies, arrive un peuple dont l'origine est obscure : les sumériens. La région voit alors se développer une civilisation complexe qui invente l'écriture. Cette première écriture utilise des formes rappelant des coins -d'où son nom : l'écriture cunéiforme- gravés sur des tablettes d'argiles.

La région est ensuite envahie par une autre population : les Akkadiens qui adoptent (tout en la modifiant) l'écriture inventée par les sumériens.

Se forme ensuite une civilisation assez homogène au cours du second et du premier millénaire avant JC. La période paléobabylonienne correspond au début du second millénairec -2000, -1600

Compléments historiques et chronologiques

Mésopotamie

On sait que les premiers systèmes numériques se forment dans la période la plus ancienne en même temps que l'écriture et que différents systèmes de notation des nombres ont coexisté :

Selon l'activité ou le type d'objet ou de production dont on notait la quantité la notation n'était pas la même. Les regroupements effectués différaient également selon le type de denrée ou de produits et le lieu. L'unification politique et le développement du commerce sur des grandes distances imposent la mise en place d'un standard dans les unités et les notations au cours de l'époque akkadienne .

Il se trouve que la monnaie principale, une quantité d'argent (métal), appelée "mana" était subdivisée en 60 parties égales appelées "shekels". Il semble que la fixation des prix en manas et shekels unifia petit à petit l'usage de notation des nombres, ce qui a permis l'émergence de la notation séxagésimale positionnelle des nombres.

Origines de la notation moderne

La notation moderne nous vient d'Inde. On ne sait pas si le système positionnel de notation à 10 chiffres est une création intrinsèquement indienne ou si l'idée d'une notation positionnelle a diffusé depuis Babylone.

Par 'Inde' on entend l'aire géographique et culturelle correspondant à l'ouest de l'Inde et au Pakistan d'aujourd'hui. Son apport est de fait fondamental : là où les babyloniens notaient l'absence d'une catégorie par un espace vide, les indiens notèrent l'absence par un symbole : le zéro.

Le système 'indien' diffusa à son tour vers le Moyen-Orient : les tablettes babyloniennes de l'époque hellénistique (Séleucide) contiennent un symbole marquant l'absence d'une catégorie.

Les civilisations moyen-orientales adoptèrent ce système qui diffusa ensuite vers l'Europe.

Bibliographie webographie

Sites web

<http://www.math.ens.fr/culturemath>

http://celia.cnrs.fr/FichExt/Etudes/Maya/FDL_CultureMath_proPDF_version%20CELIA%20bis.pdf

<http://www.bnf.fr/web-bnf/pedagos/dossier/in-ecrit.html>

<http://www-groups.dcsst-and.ac.uk/history.HistTopics/babyloniannum>

<http://early-cuneiform.humnet.ucla.edu/archaic/index.html>

<http://alpeh0.clarku.edu/djoyce/mathhist/plimpnote.html>

<http://languesanciennes.ens-lyon.fr/uploads/poids-mesures2.pdf>

Livres

- A. Erman, H. Ranke, La civilisation égyptienne , Edts Payot.
- J-L Chabert et al , Histoire d'algorithme, Edts Belin.
- O Neugebauer, The exact sciences in antiquity, Edts Dover classics (en anglais).
- D.J Struik, A concise history of mathematics, Edts Dover classics (en anglais).
- Caveing : Essai sur le savoir mathématique dans la Mésopotamie et l'Egypte anciennes PUL 1994.
- Ritter : Babylone 1800 Chacun sa vérité : les mathématiques en Egypte et en Mésopotamie, Eléments d'histoire des sciences Bordas 1989.
- Van der Waerden Science awakening, Egyptian, Babylonian and Greek Mathematics, Science Edition, 1963, John Wiley, New York.

FIN