Université Picardie Jules Verne
Licence 1 Semestre 2

Faculté de Mathématiques et Informatique
« Méthodes expérimentales » 2007

Devoir 1 pour la semaine du 19 février
Fonctions usuelles, Géométrie

Remarque importante : Ce devoir pourra soit être ramassé et noté, soit donner lieu à une interrogation rapide en cours ou en TD.

Exercice 1 Donnez les définitions d'une fonction $f : I \to \mathbb{R}$, où I est une partie de $\mathbb{R}$, du graphe d'une fonction, de la dérivée au point $x_0 \in I$ de f, de la composée de deux fonctions $f : I \to J$ et $g : J \to \mathbb{R}$, où I et J sont des parties de $\mathbb{R}$, de la fonction réciproque (ou inverse) d'une fonction f.

Exercice 2 Pour chacune des fonctions suivantes, donnez :
- la définition la plus précise possible,
- les formules classiques et utiles (du type formules de trigo, ou exponentielle d'une somme ou ...), - la régularité de ces fonctions (en quels points sont-elles continues, dérivales, de classe C^∞...)
puis étudier ces fonctions en suivant le plan donné dans la feuille 1.
$x \mapsto |x|$,
fonctions puissances $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, $x \mapsto x$, $x \mapsto x^{3/2}$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto x^{2/5}$ (à tracer toutes sur le même graphique),
$x \mapsto \exp x$, $x \mapsto \ln x$,(à tracer sur le même graphique)
fonctions trigonométriques (ou circulaires) $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \cos x$, (à tracer sur le même graphique) $x \mapsto \tan x$,
fonctions hyperboliques $x \mapsto \operatorname{ch} x$, $x \mapsto \operatorname{sh} x$ (à tracer sur le même graphique), $x \mapsto \operatorname{th} x$,
fonctions trigonométriques réciproques $x \mapsto \arccos x$, $x \mapsto \arcsin x$, $x \mapsto \arctan x$,(à tracer sur le même graphique),
fonctions hyperboliques réciproques $x \mapsto \operatorname{Argsh} x$, $x \mapsto \operatorname{Argch} x$, $x \mapsto \operatorname{Argth} x$ (à tracer sur le même graphique).

Rappel : La droite d'équation $ax + by + c = 0$ admet par exemple le vecteur $(-b, a)$ comme vecteur directeur, et le vecteur (a, b) comme vecteur normal.
La distance d'un point $M(x_0, y_0)$ à la droite Δ d'équation $ax + by + c = 0$ vaut

$$d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} .$$

Exercice 3 a) Donnez une équation de la droite passant par le point $(1, 2)$ et de vecteur directeur $(-3, 2)$
b) Calculez la distance du point $M(0, 1)$ à cette droite.
c) Donnez une équation de la droite passant par $(-1, -3)$ et $(1, 5)$.
d) Donnez une équation du cercle de centre $(1, 2)$ et de rayon 3.
e) Vérifiez que les trois points $(-1, -2)$, $(\frac{1}{2}, 1)$ et $(2, 3)$ ne sont pas alignés, puis donner une équation du cercle passant par ces trois points.

Exercice 4 a) Calculez le produit scalaire des deux vecteurs de coordonnées $(2, 1)$ et $(-2, 3)$.
b) Calculez la distance entre les points de coordonnées $(2, 3)$ et $(1, -5)$.

Exercice 5 Soit M un point du plan de coordonnées (x, y). Donnez (sans démonstration mais à l'aide de dessins) les coordonnées de l'image de M par :
- la symétrie centrale de centre 0,
- la rotation de centre 0 et d'angle $\frac{\pi}{2}$,
- la symétrie axiale d'axe $y = x$,
- la symétrie axiale d'axe $(0x)$,
- la translation de vecteur $(-2, 5)$.