d'où $$\left(1-\frac{1}{p}\right)\int_0^{+\infty} F^p(x)\,dx - \underbrace{\left[\frac{x}{p}F^p(x)\right]_0^{+\infty}}_{\substack{\text{nul en } 0 \\ \text{et en } \infty \\ \text{car } F^p = o\left(\frac{1}{x^p}\right)}} = \int_0^{+\infty} f(x)\,F^{p-1}(x)\,dx$$

(7) $$\int_0^{+\infty} F^p(x)\,dx = \|F\|_{L^p}^p = \frac{p}{p-1}\int_0^{+\infty} f(x)\,F^{p-1}(x)\,dx$$

$\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1\right)$ $$\leq \frac{p}{p-1}\|f\|_{L^p}\,\|F^{p-1}\|_{L^q}$$

or $$\|F^{p-1}\|_{L^q} = \left(\int F^{(p-1)q}\right)^{1/q}$$ et $(p-1)q = p$

$$= \left(\int F^p\right)^{\frac{p-1}{p}}$$

d'où $$\|F\|_{L^p}^p \leq \frac{p}{p-1}\|f\|_{L^p}\,\|F\|_{L^p}^{p-1}$$

on obtient le résultat en divisant par $\|F\|_{L^p}^{p-1} < \infty$

(8) Immédiat. le module de l'intégrale plus petit que l'intégrale du module

(9) $$\|T(f)\|_{L^p} \leq \|T(|f|)\|_{L^p} \leq \frac{p}{p-1}\|\,|f|\,\|_{L^p} = \frac{p}{p-1}\|f\|_{L^p}$$

(10) $$|T(f_\varepsilon)(x) - T(f)(x)| \leq \frac{1}{x}\int_0^x |f(t)-f_\varepsilon(t)|\,dt$$

$$\underset{\text{Hölder}}{\leq} \frac{1}{x}\|f-f_\varepsilon\|_{L^p}\left(\int_0^x dt\right)^{1/q} \to 0.$$

(11) $\|T(f_\varepsilon)-T(f_{\varepsilon'})\|_{L^p} \leq \frac{p}{p-1}\|f_\varepsilon - f_{\varepsilon'}\|_{L^p}$. La suite $T(f_\varepsilon)$ de Cauchy ds L^p donc convergente. Sa limite est nécessairement d'après (10) $T(f)(x)$. □