

Licence S3 Chimie : TD Intégrales doubles

Exercice 1 Calculer

$$I = \iint_D \ln(x) dx dy,$$

avec $D = \{(x, y), 1 \leq x \leq 2, y \geq 1/2, y - x/2 \leq 0\}$.

$$J = \iint_D \frac{dx dy}{(x + y)^3},$$

avec $D = \{(x, y), x \geq 1, y \geq 1, x + y \leq 3\}$.

Exercice 2 Déterminer l'aire du compact K où :

a) K est délimité par la parabole d'équation $y^2 = 1 + 2x$ et la droite $x = 3$.

b) K est délimité par la parabole d'équation $y = x^2$ et l'arc de cercle d'équation $x^2 + y^2 = 2$.

Exercice 3 Calculer

$$I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$$

où D est le domaine défini par :

$$x^2 + y^2 - 2y \geq 0, \quad x^2 + y^2 - 1 \leq 0, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

Exercice 4 Calculer l'intégrale double

$$I = \iint_D (x^3 + y^3) dx dy,$$

avec $D = \{(x, y), x \geq 0, y \geq 0, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\}$.

Exercice 5 Soient a et b deux réels strictement plus grand que 1.

Déterminer l'aire du compact D du quart de plan $\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$ délimité par les droites d'équations $y = ax$ et

$y = \frac{1}{a}x$ et les hyperboles d'équations $y = \frac{b}{x}$ et $y = \frac{1}{bx}$.

Exercice 6 Calcul de l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$.

Pour $a > 0$, on considère K_a , le carré centré en O de côté a et C_a le disque centré en O de rayon a .

Soit f l'application

$$(x, y) \mapsto e^{-(x^2 + y^2)}.$$

Comparer les intégrales de f sur $C_{a/2}$, K_a et $C_{a\sqrt{2}/2}$.

Calculer $\lim_{a \rightarrow +\infty} \iint_{C_a} f(x, y) dx dy$. En déduire $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$.