

Exercice 1 Le responsable d'un entrepôt logistique souhaite étudier le temps mis par un cariste pour effectuer un trajet déterminé. On a effectué 75 fois un chronométrage (secondes) sur ce trajet et on a obtenu :

durée du trajet	[20, 30[[30, 40[[40, 50[[50, 60[[60, 70[[70, 80[[80, 90[
nbre de trajets	5	11	17	22	12	5	3

Peut-on conclure à l'aide d'un test du χ^2 que le temps mis par le cariste suit une loi normale, avec un niveau de confiance de 95%. (on déterminera d'abord les paramètres de la loi normale éventuelle).

Exercice 2 Le service commercial d'une entreprise aimerait étudier la loi d'arrivée des commandes des clients afin d'optimiser le nombre d'employés chargés de traiter ces commandes. Pour cela, lors de 75 intervalles d'une heure, on relève le nombre de commandes reçues dans chacun de ces intervalles :

nbre de commandes	0	1	2	3	4	5	6	7
nbre d'intervalles d'une heure	2	5	12	12	17	12	10	5

1. A l'aide d'un test du χ^2 déterminer avec un degré de confiance de 0,975 si on peut considérer que la loi du nombre de commandes reçues par heure suit une loi de Poisson ou pas (on déterminera d'abord de quelle loi de Poisson il pourrait s'agir).
2. On suppose maintenant que le nombre de commandes reçues forme un processus de Poisson d'intensité 4 (en commandes par heure). On suppose également qu'en une journée de travail, les commandes sont reçues pendant trois heures.
 - (a) Quelle est la probabilité de recevoir 3 commandes ou plus en une heure ?
 - (b) Quel est le nombre moyen de commandes reçues en une journée ?
 - (c) Quelle est la probabilité de recevoir strictement moins de 5 commandes en une journée ?
 - (d) Quelle est la probabilité qu'il s'écoule plus d'une heure entre la cinquième et la sixième commande de la journée ?
 - (e) Quelle devrait être l'intensité du processus de Poisson pour que la probabilité de n'avoir aucune commande en une heure soit de 1% ?

Exercice 3 Un rabais est promis tous les 13 clients qui arrivent dans un magasin. Si les arrivées des clients forment un processus de Poisson d'intensité 1 client/minute, calculer :

1. la probabilité d'accorder plus de 5 rabais en une heure
2. le nombre moyen de rabais accordés en une journée (qui dure 8 heures)
3. la probabilité que le premier rabais soit accordé entre 5 et 10 minutes après l'ouverture du magasin

Exercice 4 A l'aide de relevés et de tests du χ^2 , il a été déterminé que les malades arrivant dans un service d'urgence forme un processus de Poisson d'intensité 5,6 (en nombre de malades par heure).

1. Quelle est la probabilité que 4 malades ou plus arrivent en une heure ?
2. Quelle est le nombre moyen de malades arrivant en une journée (sachant que les urgences sont ouvertes 24 heures sur 24). Justifier votre réponse.

3. Quelle est la probabilité qu'il arrive strictement moins de 5 malades entre 12h et 14h ?
4. Quelle est la probabilité pour qu'il s'écoule plus d'une demi-heure entre l'arrivée de deux malades successifs ?
5. Quelle devrait être l'intensité du processus de Poisson pour que la probabilité qu'aucun malade n'arrive pendant une demi-heure soit de 1% ?

Exercice 5 L'étude statistique a tout d'abord consisté en un relevé des arrivées d'utilisateurs pendant 100 périodes de 30mn prises au hasard parmi les heures d'ouverture. Voici le relevé :

nombre d'arrivées en 30mn	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
nombre d'observations	2	9	14	19	20	15	11	5	3	1	1	0

Calculer la moyenne m de cet échantillon (en nombre d'arrivées par 30mn), l'arrondir à l'entier le plus proche.

Vérifier par un histogramme puis par un test du χ^2 que la loi des arrivées est une loi de Poisson de paramètre m .

(pour le test, on regroupera en classes comportant au moins cinq observations).

Exercice 6

La RATP aimerait estimer la fraude dans le métro parisien. Un employé relève les instants où un voyageur fraude sur un tourniquet déterminé. Il en déduit 150 intervalles de temps entre les fraudes successives. Les données sont regroupées dans le tableau suivant :

classe	[0,1[[1,2[[2,3[[3,4[[4,7[
effectifs	54	31	27	11	27

1. Peut-on considérer avec 2,5% d'erreur que la variable D "durée entre deux fraudes successives" suit une loi exponentielle $\mathcal{E}(\frac{1}{2,5})$? (où $\frac{1}{2,5}$ est homogène à des minutes).
2. On admet dans toute la suite de l'exercice que la variable D suit cette loi exponentielle. On admet de plus que le nombre de fraudes est un processus de Poisson.
 - (a) Quelle est l'intensité de ce processus ?
 - (b) Quelle est la probabilité d'avoir strictement moins de 6 fraudes en 1 heure ?
 - (c) Quelle est la probabilité d'avoir strictement plus de trois fraudes en 10 minutes ?
 - (d) Quelle est la probabilité de devoir attendre plus de deux minutes entre deux fraudes successives ?