

PROBABILITES STATISTIQUES

Examen

Durée 3h00

*Formulaire, table de la loi normale et calculatrice autorisés, tout autre document interdit
Un soin particulier sera apporté à la rédaction et à la justification des résultats*

Exercice 1

Le but de cet exercice est de calibrer le stock de sécurité d'un entrepôt qui fonctionne 6 jours sur 7. On suppose que les demandes quotidiennes sont indépendantes les unes des autres. On commence par mesurer la demande quotidienne D (en nombre d'articles) en supposant qu'il n'y a jamais de rupture de stock. On la mesure sur 50 journées et on obtient :

demande D	[50,60[[60,70[[70,80[[80,90[[90,100[[100,120[Total
nbre de journées	11	22	31	20	9	7	100

On donne le résultat du calcul de l'écart-type de l'échantillon : $s = 14,29$.

1. Peut-on considérer avec un risque $\alpha = 0,05$ que D suit une loi normale ?
2. Dans toute la suite de l'exercice, on suppose que D suit une loi normale $\mathcal{N}(76,8; 14,3)$. On note Y la demande hebdomadaire. On suppose que le stock est renouvelé chaque fin de semaine.
 - (a) Calculer la probabilité $\mathbb{P}(65 < D < 90)$.
 - (b) Quelle est la loi suivie par Y ?
 - (c) Calculer $\mathbb{P}(460,8 < Y < 500)$.
 - (d) Quelle doit être la taille s du stock de sécurité pour être certain avec un risque de 2% de ne pas avoir de rupture de stock ?

Exercice 2

On suppose que le nombre d'appels au 12 (pompiers) de la Somme suit un processus de Poisson d'intensité $\lambda = 0,4$ (en appels par minute).

1. Calculer la probabilité d'avoir plus de 2 appels en une minute.
2. Calculer la probabilité d'avoir moins de 6 appels en 30 minutes.
3. Calculer la probabilité qu'il s'écoule une minute sans aucun appel.
4. Quel est l'écart-type du nombre d'appels reçus en dix minutes ?
5. On suppose que la caserne dispose d'un seul véhicule dont la durée d'intervention est de 12 minutes. Quelle est la probabilité que la caserne ne puisse pas répondre à la demande d'un appel ?

Exercice 3 Une étude du ministère de la santé a montré qu'en moyenne, 70% des personnes se font vacciner contre la grippe. En admettant que la population française est composée de 60 millions d'individus, combien de doses de vaccins doit prévoir l'état français pour pouvoir vacciner toutes les personnes qui le désirent avec un risque de rupture de 1% ?

Exercice 4

Une unité de production d'une usine est formée de trois machines fonctionnant de manière indépendante, M_1 , M_2 , M_3 . Les probabilités de panne de chacune de ces machines sont $p_1 = 0,02$, $p_2 = 0,05$ et $p_3 = 0,1$. Le coût de dépannage pour chacune de ces machines est de $C_1 = 2500\text{€}$, $C_2 = 1800\text{€}$ et $C_3 = 4500\text{€}$. L'unité de production s'arrête si au moins l'une des machines est en panne.

1. Quelle est la probabilité que l'unité de production s'arrête ?
2. L'unité de production s'arrête. Quelle est la probabilité que cet arrêt soit dû à la panne de la machine M_1 seulement ? Quelle est la probabilité pour qu'il soit dû à la panne des machines M_1 et M_2 ?
3. Soit X la variable aléatoire égale au coût dû à l'arrêt de la chaîne de production (dans le cas où plusieurs machines sont tombées en panne, il faut réparer chacune d'entre elles et donc ajouter les coûts). Donner la loi de X , ainsi que sa moyenne.
4. On dispose d'un budget de réparation de 6000€ . Quelle est la probabilité pour que ce budget ne suffise pas ?