

Feuille A4 et calculatrice autorisées
On donnera les résultats avec trois chiffres significatifs
Il est conseillé de justifier soigneusement ses réponses

Exercice 1

Un prestataire logistique possède cinq fournisseurs : trois espagnols E_1 , E_2 et E_3 et deux anglais A_1 et A_2 . Les proportions d'articles livrés par les différents fournisseurs sont les suivantes : 10% pour E_1 , 15% pour E_2 , 20% pour E_3 , 35% pour A_1 et 20% pour A_2 . Les taux de non-conformité des articles livrés sont les suivants : 3% pour E_1 , 5% pour E_2 , 4% pour E_3 , 9% pour A_1 et 11% pour A_2 .

1. Quelle est la probabilité qu'un article livré soit non conforme ?
2. Quelle est la probabilité qu'un article soit non conforme sachant qu'il vient d'Espagne ?
3. Quelle est la proportion d'articles venant d'un fournisseur espagnol parmi les non-conformes ?
4. Quelle est la proportion d'articles venant d'un fournisseur anglais parmi les conformes ?

Exercice 2

Une plateforme logistique reçoit des palettes d'un fournisseur. Chaque palette possède un code-barres, apposé par le fournisseur en accord avec la plateforme, qui indique dans quelle partie de la plateforme doit être déchargée la palette. A l'arrivée de la palette, un contrôle qualité a lieu. Deux types de défauts sont constatés. Le premier est une erreur d'adressage (code-barres erroné). Le second est la présence d'un ou de plusieurs colis défectueux dans la palette. Une palette peut avoir les deux types de défauts en même temps. Les amendes suivantes sont imputées au fournisseur pour chaque type de défaut.

- 100€ en cas d'erreur d'adressage.
- 50€ pour un colis défectueux.
- 100€ pour deux colis défectueux.
- 150€ pour trois colis défectueux.
- 250€ pour quatre colis défectueux ou plus.

Des études statistiques ont montré que le nombre X de colis défectueux dans une palette suit une loi de Poisson $\mathcal{P}(2, 5)$ et que la palette a un défaut d'adressage dans 8% des cas (on pourra modéliser cela par une variable Y suivant une loi de Bernoulli $\mathcal{B}(0, 08)$, qui vaut 0 quand il n'y a pas d'erreur d'adressage et 1 quand il y en a une). D'autre part, défaut d'adressage et colis défectueux sont des défauts indépendants. Enfin, la somme totale facturée au fournisseur pour une palette est notée S .

1. Calculer $\mathbb{P}(X = 0)$, $\mathbb{P}(X = 1)$, $\mathbb{P}(X = 2)$, $\mathbb{P}(X = 3)$, $\mathbb{P}(X \geq 4)$.
2. Quelle est la probabilité que la palette n'ait aucun défaut ?
3. Quelles sont les valeurs prises par la variable S ?
4. Quelle est la loi de la variable S ?
5. Quel est le coût moyen pour le fournisseur ?

Exercice 3

Une centrale électrique est formée de trois générateurs, deux d'ancienne génération et un de nouvelle génération. Les trois générateurs fonctionnent de manière indépendante. La puissance électrique fournie par un générateur (en MW) d'ancienne génération suit une loi normale $\mathcal{N}(1000; 75)$. La puissance fournie par le générateur de nouvelle génération suit une loi normale $\mathcal{N}(1500; 80)$.

1. Calculer la probabilité pour que la puissance fournie par le générateur de nouvelle génération soit comprise entre 1400 et 1600.
2. Quelle puissance le générateur de nouvelle génération peut-il fournir avec une probabilité de 0,97 ?
3. Soit X la puissance fournie par la centrale électrique.
 - (a) Quelle est la loi suivie par X ? Quels sont ses paramètres éventuels ?
 - (b) Calculer la probabilité que la puissance fournie par la centrale soit supérieure à 3400.
 - (c) Quelle est la puissance x que la centrale ne pourra pas fournir dans 98% des cas ? (ou de façon équivalente quelle puissance la centrale peut-elle fournir avec une probabilité de 0,02 ?)
4. Cette centrale alimente une ville de 50000 habitants. Pour chaque habitant, on estime que la probabilité qu'il consomme plus de 1,3 MW vaut 0,06. On suppose également que les consommations des différents habitants sont indépendantes les unes des autres. Soit N le nombre d'habitants parmi les 50000 qui consomment plus de 1,3 MW.
 - (a) Quelle est la loi suivie par N ? Quels sont ses paramètres éventuels ?
 - (b) Par quelle loi peut-on l'approcher ?
 - (c) Calculer la probabilité $\mathbb{P}(N > 2900)$.
 - (d) Que peut-on en conclure en comparant avec la puissance fournie par la centrale ?