Correction 1
1. X suit une loi normale $\mathcal{N}(34,8;2,6)$. Soit $Z = \frac{X-34,8}{2,6}$.
1.a. $\mathbb{P}(30 < X < 39,6) = \mathbb{P}(\frac{30-34,8}{2,6} < Z < \frac{39,6-34,8}{2,6}) = \mathbb{P}(-1,85 < Z < 1,85) = 2\Phi(1,85) - 1 = 2 \times 0,9678 - 1 = 0,94$.
1.b. On veut $\mathbb{P}(X > x) = 0,95$. Soit $y = \frac{x-34,8}{2,6}$. On a $\mathbb{P}(Z > y) = 0,95$ donc y est négatif et $\Phi(-y) = 0,95$ donc $-y = 1,64$ et $x = 34,8 - 1,64 * 2,6 = 30,54$.
2. Dans le début de cette question, X suit une loi normale $\mathcal{N}(m;2,6)$.
2.a. Y est une somme indépendante de 7 lois normales $\mathcal{N}(m;2,6)$, c'est donc une loi normale avec $\mu(Y) = 7m$ et $\sigma(y) = \sqrt{7 \times 2,6^2} = 6,88$. 2.b. La probabilité de satisfaire le client est $\mathbb{P}(Y > 235)$. Si on garde $m = 34,8$, Y suit une loi $\mathcal{N}(243,6;6,88)$. Soit $T = \frac{Y-243,6}{6,88}$. On a $\mathbb{P}(Y > 235) = \mathbb{P}(T > \frac{235-243,6}{6,88}) = \mathbb{P}(T > -1,25) = \Phi(1,25) = 0,8943$.
2.c. Pour augmenter le pourcentage de certitude, il faudrait bien sûr augmenter la vitesse de la chaîne. On revient à une valeur de m inconnue que l'on cherche à déterminer. Y suit une loi $\mathcal{N}(7m;6,88)$ et $T = \frac{Y-7m}{6,88}$. Soit $n = \frac{235-7m}{6,88}$. On veut $\mathbb{P}(Y > 235) = 0,95$, c'est-à-dire $\mathbb{P}(T > n) = 0,95$. Cela signifie que n est négatif et que $\Phi(-n) = 0,95$ donc $-n = 1,64$ et $m = \frac{235+1,64\times 6,88}{7} = 35,18$.

Correction 2
1. un produit est manquant ou ne l'est pas (deux résultats posibles) et il est manquant avec une probabilité de 0,11. On répète l'expérience 1500 fois de manière indépendante donc le nombre M de produits manquants suit une loi binomiale $\mathcal{B}(1500;0,11)$. Comme $n > 50$ et $1500 \times 0,11 > 15$ et $1500 \times 0,89 > 15$, on peut l'approcher par une loi normale $\mathcal{N}(1500 \times 0,11; \sqrt{1500 \times 0,11 \times 0,89}) = \mathcal{N}(165;12,1)$.
2. Soit $Z = \frac{M-165}{12,1}$. On a

$$\mathbb{P}(M > 200) = \mathbb{P}(Z > \frac{200-165}{12,1}) = \mathbb{P}(Z > 2,89) = 1 - \Phi(2,89) = 1 - 0,9981 = 0,0019$$

3. Cherchons plutot combien de produits on doit s'attendre à ne pas avoir, c'est-à-dire x tel que $\mathbb{P}(M > x) = 0,98$. Soit $z = \frac{x-165}{12,1}$. on a $\mathbb{P}(Z > z) = 0,98$ et donc z est négatif. On a $\mathbb{P}(Z < -z) = 0,98$ et donc $-z = 2,05$. Par conséquent :

$$x = 165 + 12,1 \times (-2,05) = 140,16$$

On doit donc s'attendre à avoir au maximum $1500 - 141 = 1359$ produits.
4.a En une semaine, ce nombre M_7 est la somme indépendante de 7 lois normales $\mathcal{N}(165;12,1)$, il s'agit donc d'une loi normale $\mathcal{N}(7 \times 165; \sqrt{7 \times 12,1^2}) = \mathcal{N}(1155;32,06)$.
4.b. En fin de semaine, le flux sortant est de 8855 produits (1265 par jour), le nombre de produits restant dans le stock est donc $7 \times 1500 - M_7 - 8855$ et on passera en dessous du stock de sécurité si $10500 - M_7 - 8855 < 500$ donc $M_7 > 1145$ et si $Z = \frac{M_7-1155}{32,06}$ alors

$$\mathbb{P}(M_7 > 1145) = \mathbb{P}(Z > -0,31) = \Phi(0,31) = 0,6217$$

4.c. Soit s le stock de sécurité cherché. En fin de semaine, il reste dans le stock $10500 - M_7 - 8855$ et on veut $\mathbb{P}(10500 - M_7 - 8855 > s) = 0,97$ soit $\mathbb{P}(M_7 < 1645 - s) = 0,97$. Soit $y = \frac{1645-s-1155}{32,06} = \frac{490-s}{32,06}$. On a $\mathbb{P}(Z < y) = 0,97$ donc y est positif et une lecture inverse dans la table nous donne $y = 1,88$ donc $s = 490 - 32,06 \times 1,88 = 429,73$ ($s = 429$).
4.d. Soit n ce nombre. Dans ce cas, la loi de M devient $\mathcal{N}(0,11n; \sqrt{0,11 \times 0,89 \times n}) = \mathcal{N}(0,11n; \sqrt{0,0979 \times n})$ et la loi de M_7 devient $\mathcal{N}(0,77n; \sqrt{7 \times 0,0979 \times n}) = \mathcal{N}(0,77n; 0,828\sqrt{n})$. D'autre part, le nombre

de produits restant dans le stock est $7n - M_7 - 8855$. On veut donc $\mathbb{P}(7n - M_7 - 8855 > 500) = 0,97$ soit $\mathbb{P}(M_7 < 7n - 9355) = 0,97$ ou encore $\mathbb{P}(Z < \frac{7n-9355-0,77n}{0,828\sqrt{n}}) = 0,97$. Une lecture inverse de la table donne $\frac{7n-9355-0,77n}{0,828\sqrt{n}} = 1,88$ donc $\frac{(7n-9355-0,77n)^2}{0,828^2 n} = 1,88^2$. On doit donc résoudre l'équation du second degré :

$$38,81n^2 - 116566n + 87516025 = 0$$

$\Delta = 1644635$ et les deux solutions sont $n_1 = 1485,2$ et $n_2 = 1518,3$. si on compare à la question b, il faut bien sûr augmenter le nombre de produits commandés au service appro. La bonne réponse est donc $n = 1519$.

Correction 3

Le nombre X de familles qui pensent se déplacer au supermarché le samedi après-midi suit une loi binomiale $\mathcal{B}(2500; 1/3)$ (si on prend une famille au hasard, elle s'y rend avec une probabilité 1/3. On répète l'expérience 2500 fois). On peut approcher cette loi binomiale par une loi normale $\mathcal{N}(\frac{2500}{3}; \sqrt{2500 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}}) = \mathcal{N}(833,3; 70,7)$. Soit x le nombre de places de parking recherché. Il est suffisant si $X \leqslant x$. On cherche donc x tel que $\mathbb{P}(X < x) = 0,97$. Soit $Z = \frac{X-833,3}{70,7}$ et $z = \frac{x-833,3}{70,7}$. On est donc ramené à trouver z tel que $\mathbb{P}(Z < z) = 0,95$. Un dessin montre que z est positif et donc, puisque $\Phi(z) = 0,97$, une lecture inverse dans la table de la loi normale montre que $z = 1,88$. On en déduit $x = 833,3 + 1,88 \times 70,7 = 966,2$. Il faudra donc 967 places de parking.