Correction 1
Je note C les articles conformes et NC les non-conformes.
1. $\mathbb{P}(NC) = \mathbb{P}((NC \cap E_1) \cup (NC \cap E_2) \cup (NC \cap E_3) \cup (NC \cap A_1) \cup (NC \cap A_2)) = \mathbb{P}(NC \cap E_1) + \mathbb{P}(NC \cap E_2) + \mathbb{P}(NC \cap E_3) + \mathbb{P}(NC \cap A_1) + \mathbb{P}(NC \cap A_2)$ puisque les évènements sont disjoints. Ensuite $\mathbb{P}(NC \cap E_1) = \mathbb{P}(NC/E_1) \times \mathbb{P}(E_1) = 0,03 \times 0,1$. On utilise la même méthode pour les 4 autres cas et on obtient

$$\mathbb{P}(NC) = 0,03 \times 0,1 + 0,05 \times 0,15 + 0,04 \times 0,2 + 0,09 \times 0,35 + 0,11 \times 0,2 = 0,072.$$

2.$\mathbb{P}(NC/E) = \frac{\mathbb{P}(NC \cap E)}{\mathbb{P}(E)}$. Et $\mathbb{P}(NC \cap E) = \mathbb{P}(NC \cap E_1) + \mathbb{P}(NC \cap E_2) + \mathbb{P}(NC \cap E_3) = 0,03 \times 0,1 + 0,05 \times 0,15 + 0,04 \times 0,2 = 0.0185$ (voir ci-dessus). D'autre part $\mathbb{P}(E) = \mathbb{P}(E_1) + \mathbb{P}(E_2) + \mathbb{P}(E_3) = 0,45$. Donc $\mathbb{P}(NC/E) = \frac{0,0185}{0,45} = 0,0411$.
3. $\mathbb{P}(E/NC) = \frac{\mathbb{P}(E \cap NC)}{\mathbb{P}(NC)} = \frac{0,0185}{0,072} = 0,257$.
4. $\mathbb{P}(A/C) = \frac{\mathbb{P}(A \cap C)}{\mathbb{P}(C)} = \frac{\mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap NC)}{1 - \mathbb{P}(NC)}$. En appliquant la même méthode que ci-dessus, on obtient

$$\mathbb{P}(A/C) = \frac{0,35 + 0,2 - (0,09 \times 0,35 + 0,11 \times 0,2)}{1 - 0,072} = 0,535.$$

Correction 2
1. En utilisant la formule donnant les proabilités pour une loi de Poisson, on obtient
$\mathbb{P}(X = 0) = \frac{2,5^0}{0!} e^{-2,5} = 0,0821$.
$\mathbb{P}(X = 1) = \frac{2,5^1}{1!} e^{-2,5} = 0,205$.
$\mathbb{P}(X = 2) = \frac{2,5^2}{2!} e^{-2,5} = 0,257$.
$\mathbb{P}(X = 3) = \frac{2,5^3}{3!} e^{-2,5} = 0.214$.
$\mathbb{P}(X \geq 4) = 1 - \mathbb{P}(X < 4) = 1 - (0,0821 + 0,205 + 0,257 + 0.214) = 0,242$.
2. Notons Y une variable de Bernoulli qui vaut 0 avec probabilité 0.92 (quand il n'y a pas d'erreur d'adressage) et 1 avec probabilité 0,08 (quand il y a erreur d'adressage). L'énoncé nous dit que les variables X et Y sont indépendantes. Il n'y a aucun défaut quand $X = 0$ et $Y = 0$. La probabilité cherchée vaut donc $\mathbb{P}((X = 0) \cap (Y = 0)) = \mathbb{P}(X = 0) \times \mathbb{P}(Y = 0) = 0,0821 \times 0,92 = 0,0755$.
3. Il faut bien sûr ajouter les coûts pour les deux types de défauts. Les valeurs sont :

- 0 ($X = 0$ et $Y = 0$)
- 50 ($X = 1$ et $Y = 0$)
- 100 (($X = 2$ et $Y = 0$) ou ($X = 0$ et $Y = 1$))
- 150 (($X = 3$ et $Y = 0$) ou ($X = 1$ et $Y = 1$))
- 200 ($X = 2$ et $Y = 1$)
- 250 (($X \geq 4$ et $Y = 0$) ou ($X = 3$ et $Y = 1$))
- 450 ($X \geq 4$ et $Y = 1$).

4. Pour chaque valeur prise par S, on doit calculer la probabilité correspondante. Calculons par exemple $\mathbb{P}(S = 150)$:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S = 150) &= \mathbb{P}(((X = 3) \cap (Y = 0)) \cup ((X = 1) \cap (Y = 1))) \\ &= \mathbb{P}((X = 3) \cap (Y = 0)) + \mathbb{P}((X = 1) \cap (Y = 1)) \\ &= \mathbb{P}(X = 3) \times \mathbb{P}(Y = 0) + \mathbb{P}(X = 1) \times \mathbb{P}(Y = 1) \\ &= 0,214 \times 0,92 + 0,205 \times 0,08 = 0,213 \end{aligned}$$

Les autres cas sont traités de la même manière. On obtient ainsi la loi suivante :

S	0	50	100	150	200	250	450	Σ
$\mathbb{P}(\ .\ )$	$0,0755$	$0,189$	$0,243$	$0,213$	$0,0206$	$0,240$	$0,0194$	$1,0005$

5. L'espérance de la variable S vaut

$$\mathbb{E}(S) = 0,0755 \times 0 + 0,189 \times 50 + \ldots + 0,0194 \times 450 = 138,6$$

Correction 3

Je note P la puissance fournie par le générateur de nouvelle génération. $P \sim \mathcal{N}(1500; 80)$. Soit $Z = \frac{P-1500}{80}$.

1. $\mathbb{P}(1400 < P < 1600) = \mathbb{P}(\frac{1400-1500}{80} < Z < \frac{1600-1500}{80}) = \mathbb{P}(-5/4 < Z < 5/4) = \Phi(5/4) - \Phi(-5/4) = \Phi(5/4) - 1 + \Phi(5/4) = 2\Phi(5/4) - 1 = 2 \times 0,8943 - 1 = 0,7886$.

2. Il faut trouver x tel que $\mathbb{P}(P > x) = 0,97$. Ou de façon équivalente, $\mathbb{P}(Z > y) = 0,97$ avec $y = \frac{x-1500}{80}$. Un petit dessin montre que y doit être un nombre négatif et que $\Phi(-y) = 0,97$. Une lecture inverse de la table de la loi normale donne 0,9699 comme valeur la plus proche de 0,97. Celle-ci correspond à $-y = 1,88$ donc $y = -1,88$ et $x = 1500 - 1,88 \times 80 = 1349$.

3.a. X est la somme des puissances des trois générateurs, les deux premières suivant une loi normale $\mathcal{N}(1000; 75)$ et la troisième une loi normale $\mathcal{N}(1500; 80)$. Puisque les trois générateurs sont indépendants, X suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma)$ avec $\mu = 1000 + 1000 + 1500 = 3500$ et
$\sigma = \sqrt{75^2 + 75^2 + 80^2} = 132,9$ (les variances s'ajoutent).

3.b. Notons $Y = \frac{X-3500}{132,9}$. $\mathbb{P}(X > 3400) = \mathbb{P}(Y > \frac{3400-3500}{132,9}) = \mathbb{P}(Y > -0,752) = \mathbb{P}(Y < 0,752) = \Phi(0,752) \sim \Phi(0,75) = 0,7734$.

3.c. Il faut trouver x tel que $\mathbb{P}(X < x) = 0,98$, ou encore $\mathbb{P}(Y < y) = 0,98$ avec $y = \frac{x-3500}{132,9}$. Un dessin montre que y est un nombre positif et $\Phi(y) = 0,98$. Une lecture inverse dans la table de la loi normale permet de trouver 0,9798, valeur la plus proche de 0,98, qui correspond à $y = 2,05$. On en déduit alors $x = 3500 + 132,9 \times 2,05 = 3772$.

4.a. Pour un habitant, deux solutions sont possibles, soit il consomme plus de 1,3MW, soit il consomme moins. C'est un schéma de Bernoulli. Ce schéma est répété 50000 fois de manière indépendante. Le nombre N de personnes qui consomment plus de 1,3MW suit donc une loi binomiale $\mathcal{B}(50000; 0,06)$, puisque 0,06 est la probabilité qu'un habitant consomme plus de 1,3MW.

4.b. Comme 50000 est un grand nombre, il faut penser a remplacer la loi binomiale par une loi normale puisque $50000 \times 0,06 = 3000 > 15$ et $50000 \times (1 - 0,06) > 15$. On remplace donc la loi binomiale $\mathcal{B}(50000; 0,06)$ par une loi normale $\mathcal{N}(50000 \times 0,06; \sqrt{50000 \times 0,06 \times 0,94}) = \mathcal{N}(3000; 53,1)$.

4.c. Notons $T = \frac{N-3000}{53,1}$.On a $\mathbb{P}(N > 2900) = \mathbb{P}(T > \frac{2900-3000}{53,1}) = \mathbb{P}(T > -1,88) = \Phi(1,88) = 0,9699$.

4.d. D'après la question précédente, il y a 97% de chances que le nombre d'habitants qui consomment plus de 1,3MW soit supérieur à 2900. Il y a donc 97% de chances pour que la consommation soit supérieure à $2900 \times 1,3 = 3770$. Or, d'après la question 3.c., il y a 98% de chances pour que la puissance fournie par la centrale soit inférieure à 3772, donc insuffisante (à 2MW près) par rapport à la consommation. Il faut donc ou bien augmenter la puissance fournie ou bien diminuer la consommation.