

**Licence mention Informatique parcours MIAGE**  
**Mathématiques Financières**  
**Partiel du mardi 3 novembre 2009**

*Durée : 2h00*

*Tout document interdit – Calculatrice autorisée*

Sauf indication contraire, la capitalisation correspond à la périodicité du taux, la solution commerciale est adoptée, et chaque fois que le taux indiqué ne correspond pas à la périodicité des versements, on utilisera le taux équivalent.

Les montants en euros et les taux (en pourcentages) seront donnés avec deux chiffres après la virgule.

**Exercice 1.** *Dans cet exercice, les calculs se font à intérêts simples.*

- 1) Un particulier souhaite acheter en décembre 2009 un véhicule d'une valeur de 12 000 €. Le 14 juin 2009, il ouvre un compte rémunéré au taux d'intérêt annuel de 4%.
  - a) Quelle somme doit-il placer le 14 juin 2009 pour pouvoir acheter le véhicule le 11 décembre 2009 ?
  - b) Le 14 juin 2009, il dispose de 11 700 €. Que doit-il faire ?
  - c) A quelle date pourrait-il acheter le véhicule si le taux d'intérêt n'est pas modifié ?
  - d) Quel devrait être le taux d'intérêt pour qu'il puisse acheter le véhicule le 11 décembre 2009 ?
- 2) Au 1er janvier 2009, un particulier dispose de 1000 € sur un livret d'épargne. Il dépose 1000 € le 5 mai 2009, il retire 1 000 € le 12 juillet 2009, et il dépose 1000 € le 18 novembre 2009. Il ne fait plus aucune opération jusqu'au 1er janvier 2012. Le taux annuel d'intérêt est 2 % et les intérêts (simples) sont calculés par quinzaines civiles complètes. Les intérêts étant capitalisés au 1er janvier de chaque année, de quelle somme le particulier disposera-t-il à au 1er janvier 2012 ? On détaillera les calculs.
- 3) Un commerçant souhaite emprunter 10 000 € le 2 novembre 2009. Le remboursement aura lieu le 2 décembre 2009. La banque A lui propose un taux d'intérêt annuel précompté de 4% et la banque B un taux d'intérêt annuel postcompté de 4%.
  - a) Pour chacune des deux banques, indiquer la somme reçue par le commerçant le 2 novembre 2009 et la somme qu'il rembourse le 2 décembre 2009.
  - b) Quelle banque propose la meilleure offre ? Justifier votre réponse.
  - c) Démontrer que la réponse est la même pour un capital  $C$ , un taux postcompté  $t$  et une durée  $n$  quelconques.

**Exercice 2.** *Dans cet exercice, les calculs se font à intérêts simples.*

Une entreprise négocie un effet de commerce de valeur nominale de 10 000 € ayant 60 jours à courir. Le taux annuel d'escompte est de 6%.

- 1) Calculer l'escompte commercial et la valeur actuelle commerciale de cet effet.
- 2) Calculer l'escompte rationnel et la valeur actuelle rationnelle de cet effet.

En plus de l'escompte commercial, la banque compte un jour de banque supplémentaire et applique, pour chaque effet :

- une commission d'endos de 0,5 % du montant de l'effet prorata temporis,
- une commission de 0,1 % du montant de l'effet indépendante de la durée,
- une commission fixe de 10 €

Enfin, la TVA de 19,6 % est appliquée sur toutes les commissions sauf la commission d'endos.

- 3) Calculer l'agio et le montant net de la négociation.
- 4) Calculer le taux réel d'escompte.
- 5) Calculer le taux de revient pour l'entreprise.

**Exercice 3.** Dans cet exercice, les calculs se font à intérêts simples et avec l'escompte commercial.

1) Le 2 août 2009, un commerçant souhaite remplacer une traite de 5200 € à échéance le 31 octobre 2009 par une traite à échéance le 15 novembre 2009. Le taux annuel d'escompte est de 7 %.

Quelle est le montant de cette nouvelle traite ?

2) Le 12 septembre 2009, une entreprise envisage d'escompter deux effets de commerce, un effet de valeur nominale 13 800 € à échéance dans 45 jours et un effet de valeur nominale 13 900 € à échéance dans 90 jours.

a) Calculer le taux annuel d'escompte commercial sachant que les deux effets ont la même valeur actuelle commerciale au 12 septembre 2009.

b) Le 25 septembre 2009, l'entreprise demande de remplacer les deux effets par un effet unique à échéance du 15 novembre 2009, le taux annuel d'escompte commercial étant de 8,3 %.

Quelle est la valeur nominale de ce nouvel effet ?

**Exercice 4.** Dans cet exercice, les calculs se font à intérêts composés.

1) On place un capital de 10 000 € à intérêts composés pendant 5 ans et 6 mois au taux annuel de 4 %. Calculer la valeur acquise par le capital avec la solution commerciale puis avec la solution rationnelle.

2) On place 10 000 € au taux annuel de 2%, et au terme du placement, on dispose de 11 040,81 €. Calculer la durée de ce placement.

3) Un particulier a réalisé le même jour trois placements auprès de sa banque pour une durée de 4 ans : 40 000 € à 2,50 % sur un PEL, 15 000 € à 3,50 % et 10 000 € à 4,50 %.

a) Calculer la valeur totale acquise par ces trois placements au bout de 4 ans.

b) Calculer le taux annuel moyen de rendement pour l'ensemble des trois placements.

c) Le particulier constate qu'à la fin des 4 années de vie du PEL, il recevra une prime égale à 40% des intérêts initialement acquis par le placement sur le PEL. Dans ces conditions, recalculer la valeur totale acquise par ces trois placements au bout de 4 ans.

**Exercice 5.** Dans cet exercice, les calculs se font à intérêts composés.

1) On considère  $n$  versements périodiques  $V_1, V_2, \dots, V_n$  ayant lieu en fin de période  $1, 2, \dots, n$ , c'est-à-dire aux dates  $1, 2, \dots, n$ , au taux périodique  $t$ . On veut déterminer la valeur actuelle  $V_{a1}$  de cette suite de versements immédiatement après le dernier versement, c'est-à-dire à la date  $n$ , et la valeur actuelle  $V_{a2}$  de cette suite de versements une période avant le premier versement, c'est-à-dire à la date 0.

a) Donner l'expression de  $V_{a1}$  en fonction de  $V_1, V_2, \dots, V_n, n$  et  $t$ .

b) On suppose dans cette question que les versements sont constants et égaux à  $V$ , c'est-à-dire que  $V_{k+1} = V_k = V$  pour tout  $k$  compris entre 1 et  $n - 1$ .

En utilisant le résultat du a), retrouver l'expression de  $V_{a1}$  en fonction de  $V, n$  et  $t$ .

En exprimant  $V_{a2}$  en fonction de  $V_{a1}$ , retrouver l'expression de  $V_{a2}$  en fonction de  $V, n$  et  $t$ .

2) Une entreprise a emprunté en septembre 2007 la somme de 500 000 € remboursable en trois annuités ; le taux d'intérêt annuel est de 4,25 %. Elle a déjà remboursé 100 000 € en septembre 2008 et 180 000 € en septembre 2009.

a) Quel sera le montant de la dernière annuité en septembre 2010 ?

b) Quel sera le coût total (en nominal) de cet emprunt ?

3) Un particulier effectue chaque mois, pendant trois ans, un versement de 100 € sur un compte rémunéré au taux d'intérêt annuel de 6%.

a) De quelle somme dispose-t-il immédiatement après le dernier versement ?

b) Quelle est la valeur de l'ensemble de ces versements un mois avant le premier versement ?