Faculté de Mathématiques et Informatique 2006–2007
Licence de mathématiques L1

TD 1 de géométrie

I

Trouver les isométries du plan qui conservent les figures suivantes, en distinguant les isométries directes et les isométries indirectes :

1. Un rectangle (non carré).
2. L'ensemble $\{A, B\}$ de deux points distincts.
3. Un carré.
4. Une droite D.
5. L'union de deux droites parallèles.
6. Un cercle (on commencera par montrer qu'une isométrie qui conserve un cercle conserve le centre du cercle).

II

On considère 4 points distincts A, B, C, D du plan. On note s_A, s_B, s_C et s_D les symétries respectives par rapport aux points A, B, C et D. Montrer que $s_A \circ s_B \circ s_C \circ s_D$ est une translation. À quelle condition est-ce l'identité ?

III

On considère une droite D d'un plan qu'on prend comme axe des abscisses d'un repère orthonormé et on note A_i ($i \in \mathbb{Z}$) les points de coordonnées $(i, 0)$. On note $\overrightarrow{v}$ le vecteur $\overrightarrow{A_0A_1}$.

1. Trouver une figure telle que les seules isométries qui la conservent sont les translations de $2n\overrightarrow{v}$ et les symétries par rapport aux points A_i.
2. Trouver une figure telle que les seules isométries qui la conservent sont les translations de $2n\overrightarrow{v}$ avec $n \in \mathbb{Z}$ et, pour tout i, la symétrie par rapport à la droite verticale Δ_i passant par A_i.
3. Montrer qu'il n'existe pas de figure telle que les seules isométries qui la conservent sont les translations de $n\overrightarrow{v}$ et la symétrie par rapport à la droite D. Trouver une figure telle que les seules isométries qui la conservent sont les symétries glissées d'axe D et de vecteur $n\overrightarrow{v}$ et les translations de vecteur $n\overrightarrow{v}$ pour tout $n \in \mathbb{Z}$.
4. Montrer que si une figure est invariante par la translation de $2\overrightarrow{v}$, la symétrie par rapport à A_0 et la symétrie par rapport à D, elle est invariante par la symétrie par rapport à Δ_i pour tout i et par la symétrie par rapport à A_i pour tout i.
5. Trouver une figure invariante par la symétrie glissée d'axe D et de vecteur $\overrightarrow{v}$, par les translations de vecteurs $2n\overrightarrow{v}$ pour tout n et par aucune autre translation et aucune symétrie axiale