



L.A.M.F.A.
Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

Année universitaire 2011-2012

MASTER SCIENCES ET TECHNOLOGIE

MENTION :

MATHÉMATIQUES

SPÉCIALITÉ :

ANALYSE APPLIQUÉE ET MODÉLISATION

Responsable de la spécialité :

Jean-Paul CHEHAB, Professeur.
jean-paul.chehab@u-picardie.fr



L.A.M.F.A.
Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

ANALYSE APPLIQUÉE ET MODÉLISATION

La spécialité "Analyse Appliquée et Modélisation" remplace et prolonge le **DEA Analyse Appliquée** et le **DESS MAI**.

La spécialité "Analyse Appliquée et Modélisation" a pour vocation de proposer aux étudiants une formation de haut niveau en mathématiques appliquées et applications des mathématiques.

Les compétences acquises auront trait à la modélisation, l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, le calcul scientifique, le traitement de signal, les probabilités et la théorie ergodique.

Elle vise à former des diplômés capables d'une part d'assurer un service pointu de veille technologique et d'autre part de mettre en œuvre ou créer les outils mathématiques et algorithmiques les plus adaptés à des problèmes variés de modélisation et de simulation.

Il prépare aux métiers d'ingénieur mathématicien (Aéronautique, traitement du signal et de l'image, secteur bancaire...). Le Master pourra se poursuivre par le biais d'une thèse.

Le Master 2 est ouvert aux titulaires d'une Maîtrise de mathématiques, d'une MIM (maîtrise d'ingénierie mathématique) ou d'un diplôme équivalent.

Il accepte des étudiants salariés au titre de la formation continue.

Le Master 1, non présenté ici, est ouvert aux titulaires d'une Licence de mathématiques.

L'équipe d'accueil de la mention est le **LAMFA**, Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée, UMR 6140 du CNRS.

Dossier de préinscription : Université de Picardie Jules Verne
UFR des Sciences
Mme Martine Hazebroucq
Master Mention Mathématiques
Spécialité Analyse Appliquée et Modélisation
33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

Secrétariat du département de mathématiques :
martine.hazebroucq@u-picardie.fr
tel : 03 22 82 75 01

Les dossiers de préinscription sont à envoyer avant le **12 juin 2011**.

MODALITÉS DE CONTRÔLE DES CONNAISSANCES

Une UE est validée par le biais d'un examen ou d'un projet.
Évaluation du **stage** par un rapport écrit et une soutenance orale devant jury.
Le stage est obligatoire.



L.A.M.F.A.
Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

UE OBLIGATOIRES

Anglais Scientifique en Situation
Conduite de projets

L. Dupaigne
S. Dumont

UE MAJEURES (Deux à choisir parmi trois)

Théorie de l'approximation. Applications au Traitement d'Image J.P. Chehab, O. Goubet, D. Kachi

Modélisation. Equations aux Dérivées Partielles et Calcul Scientifique A. Farina, V. Martin

Modélisation Aléatoire : S. Petite, A.H. Fan, M.A. Souty
Processus Stochastiques et Théorie Ergodique

UE OPTIONNELLES

Géométrie fractale B. Testud

Propagation d'ondes, aspects théoriques et numériques M. Asch, M. Darbas, O. Goubet

Processus de saut et diffusion non-locale L. Dupaigne, AH. Fan

Dynamique des Fluides (second semestre, Master 2 Physique) M. Benlahsen, M. Guedda

L.A.M.F.A.
Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

THÉORIE DE SIGNAL

APPLICATIONS AU TRAITEMENT D'IMAGE

10 ECTS

Intervenants : LAMFA et MIS

Jean-Paul CHEHAB (LAMFA), Olivier Goubet (LAMFA) et Djemâa KACHI (MIS).

Programme indicatif :

Approximation polynômiale et applications

Approximation polynômiale : Rappels et compléments, approximation au sens de Tchebycheff, au sens des moindres carrés, interpolation polynômiale et trigonométrique, interpolation par morceaux, splines.

Éléments finis : Formulation variationnelle, approximation variationnelle abstraite, méthodes de Galerkin. Espaces d'éléments finis, construction et mise en œuvre, théorie de l'erreur. Exemples : problèmes aux limites elliptiques (Dirichlet, Neumann), problème de Stokes.

Polynômes orthogonaux : Approximation en moyenne quadratique, Propriétés formelles des polynômes orthogonaux. Formules de quadrature de Gauss, résultats d'approximation, interpolation. Application à la résolution de pbs aux limites.

Ondelettes : Ondelettes de type spline. Cas des ondelettes de Haar. Algorithmes de transformation. Application à la régularisation d'un signal.

Théorie de signal :

Signaux discrets, filtres numériques.

Analyse de Fourier : rappels sur la transformation de Fourier, formule de Poisson. Principe d'incertitude, analyse temps-fréquence et temps-échelle des signaux déterministes. Transformations de Gabor, de Wigner et en ondelettes. Bases d'ondelettes et analyse multirésolution : construction et exemples, filtres miroirs en quadrature, algorithme pyramidal de Mallat pour l'implémentation.

Traitement d'image :

Modélisation des signaux bidimensionnels.

Estimation spectrale bidimensionnelle.

Estimation des paramètres d'un modèle autorégressif (AR 2D) : Algorithme de Schur-Levinson 2D, algorithme de Burg. Analyse du mouvement dans des séquences de signaux bidimensionnels et introduction aux modèles autorégressifs non stationnaires. Application à la compression prédictive de séquences d'images. Rappels sur l'Analyse de Fourier. Estimations linéaire et filtres de Wiener. Débruitage par ondelettes. Utilisation des EDP en restauration d'images.

Bibliographie :

C. Bernardi et Y Maday Approximations spectrales de problèmes aux limites elliptiques. Springer-Verlag I. Daubechies, Ten lectures on wavelets, CBMS 61, SIAM, 1992.

A. Ern et J.-L. Germond "Théorie et pratique de éléments finis", Springer 2004
S. Mallat, A wavelet Tour in Signal processing, Second Edition, Academic Press, 1999.

E. Hernandez et G. Weiss, A first course on wavelets, CRC Press, 1996.
Y. Meyer, Ondelettes et algorithmes concurrents, Hermann, 1992.
A. Papoulis, Signal Analysis, McGraw Hill, 1977.
Anil K. Jain, Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs(1989).
H. Youlal, M. Najim, Modélisation Paramétrique en Traitement d'Images, Edition Masson (1994)
S. Mallat, A wavelet Tour in Signal processing, Second Edition, Academic Press, 1999.
Stoer et Burlich "introduction to numerical analysis" , 2ed., *Springer*, 1993



L.A.M.F.A.
Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

MODÉLISATION
EQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES
ET CALCUL SCIENTIFIQUE

10 ECTS

Intervenants : LAMFA

Alberto FARINA et Véronique MARTIN.

Programme indicatif :

Equations aux Dérivées Partielles et Calcul des Variations.
Existence, propriétés qualitatives et aspects géométriques de solutions d'équations et de systèmes d'équations aux dérivées partielles non-linéaires de type elliptique et parabolique.

Calcul Scientifique :

Ce cours présente quelques techniques et langages de programmation scientifique modernes. On se consacre à la description des langages C et C++ en vue d'une mise en oeuvre efficace des méthodes numériques (Différences Finies, Eléments Finis, ...).

Remarque : Module avec partie sur machine.

Bibliographie :

- F. Brezzi et M. Fortin, mixed and hybrid finite elements methods, Springer 1991.
- P. Ciarlet, Analyse numérique matricielle et optimisation, Masson 1983.
- V. Girault et P.A. Raviart, finite elements methods for Navier-Stokes equations, Springer 1986.
- B. Lucquin, O. Pironneau, Introduction au calcul scientifique, Masson, 1996.
- S.P. Harbison, G.L. Steele Jr., C: A reference manual, Prentice-Hall, 1987.
- Bjarne Stroustrup, Le langage C++, Int. Thomson Publishing France, 1996.
- J.L. Barton, L.R. Nackmann, Scientific and Engineering C++: An introduction with advanced techniques and examples, Addison-Wesley, 1994.
- L. C. Evans, Partial differential equations, Graduate studies in Mathematics, 19, AMS, Providence, RI, 1988
- D. Gilbarg, N.S. Trudinger, Elliptic partial differential equations of second order, reprint of the 1998 edition, classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001.
- O. Kavian, Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques, Mathématiques et applications (Berlin), 13, Springer-Verlag, Paris, 1993.
- L. Sainsaulieu, Calcul scientifique, Masson.



L.A.M.F.A.
Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

MODÉLISATION ALÉATOIRE :
PROCESSUS STOCHASTIQUE ET
THEORIE ERGODIQUE

10 ECTS

Intervenants : LAMFA, professionnels du secteur bancaire

Samuel PETITE (LAMFA), Ai Hua FAN (LAMFA) et Marc-Antoine SOUTY (professionnel secteur bancaire).

Programme indicatif modélisation aléatoire et processus stochastique :

Généralités sur les processus stochastiques.
Lois de processus. Théorème de Kolmogorov.
Martingales à temps discret et à temps continu.
Théorème de temps d'arrêt.
Régularité des trajectoires.
Modèles financiers à temps discret.
Stratégie. Arbitrage. Option.
Mouvement brownien et bruit blanc.
Intégrale stochastique. Formule d'Ito.
Théorème de Girsanov.
Équations différentielles stochastiques d'Ito.
Existence et d'unicité de solution.
Modèle financier de Black-Scholes.
Problème de filtration. Filtre de Kalman-Bucy. Commande stochastique.

Bibliographie :

N. Bouleau, Processus stochastiques et applications, Hermann 1988.
K.L. Chung et R.J. Williams, Introduction to stochastic integration, Birkhauser 1990.
I. Karatzas et S. Shreve, Brownian motion and stochastic calculus, Springer 1987.
D. Lamberton et B. Lapeyre, Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance.
B. Oksendal, Stochastic differential equations, an introduction with applications, Springer-Verlag, 4th ed., 1995.
A.D. Wentzell, A course in the theory of stochastic processes, McGraw-Hill, 1981.

Programme indicatif théorie ergodique et dynamique symbolique

Systèmes dynamiques topologiques et mesurés. Définitions et exemples.

Mesures invariantes, opérateur de Perron.

Récurrence.

Théorèmes ergodiques de Birkhoff et de Von Neumann,

Mélanges et caractérisation.

Entropies topologique, de Bowen, et mesuré.

Dimension de Hausdorff

Principe variationnel.

Dynamique symbolique. Sous-shifts de type fini.

Théorème de Ruelle-Perron-Frobenius.

Sous-shifts d'entropie nulle.

Bibliographie :

A. Katok, B. Hasselblatt, Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, (Encyclopedia of

Mathematics and Its Applications, No 54), Cambridge Univ Pr (Pap Txt), 1997.

G.H. Choe, Computational Ergodic Theory Series, Algorithms and Computation in Mathematics, Vol. 13,

Springer 2005, Approx. 460 p. 500 illus., Hardcover.

Dajani, Karma; Kraaikamp, Cor, Ergodic theory of numbers, Carus Mathematical Monographs, 29. Mathematical

Association of America, Washington, DC, 2002. x+190 pp.

M.G. Nadkarni, Basic Ergodic Theory, Series, Birkhauser Advanced Texts, 1998.

W. Parry, Topics in Ergodic Theory, Cambridge University Press.

K. Petersen, Ergodic Theory.

M. Pollicott; Yuri, Michiko, Dynamical Systems and Ergodic Theory, (London Mathematical Society Student

Texts, No 40), Cambridge Univ Pr, (Pap Txt), 1998.

P. Walters, An Introduction to Ergodic Theory, Series Graduate Texts in Mathematics, Vol. 79, 1981, hardcover



L.A.M.F.A.
Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

GEOMETRIE FRACTALE

5 ECTS

Intervenants : Benoît TESTUD (LAMFA)

Objectif : Ce cours introduit différentes notions de dimension d'un ensemble et d'une mesure. Ces notions interviennent dans de différents domaines mathématiques (analyse harmonique, processus stochastique, traitement du signal, théorie des nombres, système dynamique) ainsi que dans autres sciences (physique, chimie, biologie, astronomie, finance, etc). D'une part, nous présentons des techniques fondamentales comme les théorème de Vitali, de Frostman, de grande déviation, et de Ruelle-Perron-Frobenius. D'autre part nous décrivons des exemples élémentaires comme les ensembles et les mesures auto-similaires, des mesures de Markov et des Mesures quasi-Bernoulli.

Plan :

- 1) Mesures et dimensions de Hausdorff, Packing et Minkowski.
 - Ensemble de Cantor et autres exemples
 - Rappel de la théorie de mesure
 - Théorème de recouvrement de Vitali
- 2) Théorie du potentiel et Théorème de Frostman.
 - Théorème de Billingsley
 - trajectoire Brownienne, graphes de série de Weierstrass
 - approximation diophantienne
- 3) Métrique de Hausdorff et Systèmes de fonction itérées (IFS).
 - Ensembles autosimilaires et autoaffines.
 - Hypothèse Open Set Condition.
- 4) Dimensions de mesures
 - Dimensions inférieure et supérieure d'une mesure
 - Lien avec l'entropie et Théorème de Shannon McMillan
 - lien avec les grandes déviations
 - propriétés projectives
 - Dimension d'une mesure invariante hyperbolique sur une surface
- 5) Thermodynamique et Analyse multifractale.
 - Systèmes dynamiques symboliques
 - Opérateur de transfert, Théorème de RPF et mesure de Gibbs
 - Mesure Bernoulli et Théorème de Kakutani
 - Mesures de Markov et mesures quasi-Bernoulli

Références bibliographiques :

- 1) K Falconer, "Fractal geometry", John Wiley & Sons, Ltd, 1990
- 2) K Falconer, "Techniques in fractal geometry" John Wiley & Sons, Ltd, 1997.
- 3) P. Mattila : "Geometry of sets and measures in euclidean spaces", Cambridge University Press, 1995.



L.A.M.F.A.
Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

PROCESSUS DE SAUT ET DIFFUSION NON LOCALE

5 ECTS

Intervenants : LAMFA

Louis DUPAIGNE (LAMFA) et Ai Hua FAN (LAMFA).

Résumé: on étudie dans ce cours le lien entre certains processus aléatoires, les processus de Levy, et des opérateurs de diffusion non-locaux comme le Laplacien fractionnaire. Du point de vue probabiliste, les trajectoires des processus considérés sont discontinues, contrairement au mouvement Brownien. Cette propriété est particulièrement intéressante en modélisation financière, notamment pour le marché des commodités énergétiques. Du point de vue des EDP, les opérateurs non-locaux sont un objet de recherche très actuel, eu égard à leurs applications dans les équations quasi-géostrophiques (dérivées des équations de Navier-Stokes), dans la théorie des surfaces minimales nonlocales, ou encore dans les inégalités isopérimétriques nonlocales. Les étudiants souhaitant suivre cette option sont fortement incités à suivre les cours "Modélisation, EDP, et calcul scientifique" et "Modélisation aléatoire: processus stochastiques et théorie ergodique".

Programme indicatif :

Rappels sur le mouvement Brownien et les processus de Poisson

Construction des processus de Lévy,

Processus symétriques alpha-stables ($0 < \alpha < 2$)

Intégrale stochastique et calcul d'Itô associés (filtration, variation quadratique, équation de Langevin)

Equations différentielles stochastiques (existence, unicité, formule de Tanaka)

Processus de diffusion et équations aux dérivées partielles (formule de Feynman-Kac, équation de Fokker-Planck, inégalité de Poincaré)

Définitions du Laplacien fractionnaire: en variables de Fourier, comme opérateur de convolution, comme opérateur de Dirichlet-Neumann d'un opérateur elliptique dégénéré

Noyaux de Green et de Poisson associés, noyau de l'équation de la chaleur associée

Résolution du problème de Dirichlet, critère de Wiener

Régularité elliptique pour les opérateurs elliptiques dégénérés dans les classes de Muckenhoupt

Applications à des problèmes nonlinéaires et en géométrie conforme

Références:

L. Caffarelli, L. Silvestre, An extension problem related to the fractional Laplacian, Comm. Partial Differential Equations 32 (2007), no. 7-9, 1245-1260.

N.S. Landkof, Foundations of modern potential theory, Springer-Verlag (Berlin), 1972.

JF Delmas, <http://cermics.enpc.fr/~delmas/Enseig/levy-delmas.pdf>



L.A.M.F.A.

Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

Propagation d'ondes, aspects théoriques et numériques

5 ECTS

Intervenants : LAMFA

Mark ASCH (LAMFA), Marion DARBAS(LAMFA), Olivier GOUBET (LAMFA)

Programme indicatif

Ce cours ambitionne de couvrir les aspects théoriques et numériques des phénomènes liés à la propagation d'ondes dans l'espace physique. Nous étudierons deux modèles de base: le modèle de d'Alembert pour les ondes acoustiques, le modèle de Maxwell pour les ondes électromagnétiques. Nous introduirons les outils d'analyse fonctionnelle nécessaires pour ces équations, les méthodes numériques (différences finies, éléments finis, ...) pour leur simulation en dimensions deux et trois d'espace. Si le temps le permet, des applications au contrôle pourront être envisagées.

Bibliographie

M. Asch et G. Lebeau, "Geometrical aspects of exact boundary controllability for the wave equation - A numerical study", ESAIM: control, Optimization and Calculus of Variations, Vol. 3, 1998, p. 163-212.

H. Brezis, "Analyse fonctionnelle: Théorie et applications", Dunod, 1999.

R. Dautray et J.-L. Lions, "Analyse mathématique et calcul numérique pour les sciences et techniques", Masson, Paris, 1988.

J.-L. Lions et E. Magenes, "Problèmes aux limites non homogènes et applications", Dunod, Paris, 1968.

P. Monk, "Finite Element Methods for Maxwell's Equations", Oxford University Press, New York, 2003.

J.-C. Nédélec, "Mixed finite elements in R^3 ", Numer. Math., 35(3), 1980, p. 315-341.



L.A.M.F.A.
Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

DYNAMIQUE DES FLUIDES

5 ECTS

Intervenants : LPMC, LAMFA

Mohammed BENLAHSEN (LPMC) et Mohammed GUEDDA (LAMFA).

Programme indicatif :

Introduction et principe fondamentaux de la mécanique des fluides.

Equations fondamentales de la mécanique des fluides.

Analyse dimensionnelle.

Introduction à la théorie de la couche limite.

Couche limite laminaire en écoulement incompressible.

Instabilités.

Écoulements turbulents.

Remarque : Ce module fait partie de l'offre de formation du master 2 recherche de physique, parcours "modélisation et technologie des milieux complexes" et peut être choisi comme option pour le Master 2 AAM. Il se déroulera au second semestre.

Bibliographie :

S. Candel, Mécanique des fluides, Dunod.

Landau et Lifchitz, Mécanique des fluides, Ed. de Moscou.

E. Guyon, J.P. Hulin et L. Petit, Hydrodynamique physique, Inter Edition / CNRS.

On a differential equation of boundary layer theory. Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A, 3253, 101—136.

Differential Equations and Dynamical Systems, Texts in Appl. Maths 7, third edition 2002 Springer.