



**L.A.M.F.A.**

**Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée**

<http://www.lamfa.u-picardie.fr>

***Année universitaire 2010-2011***

***MASTER SCIENCES ET TECHNOLOGIE***

**MENTION :**

**MATHÉMATIQUES**

**SPÉCIALITÉ :**

**ANALYSE APPLIQUÉE ET MODÉLISATION**

**Responsable de la spécialité :**

**Jean-Paul CHEHAB, Professeur.**  
[jean-paul.chehab@u-picardie.fr](mailto:jean-paul.chehab@u-picardie.fr)



**L.A.M.F.A.**  
**Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée**

**ANALYSE APPLIQUÉE ET MODÉLISATION**

La spécialité "Analyse Appliquée et Modélisation" remplace et prolonge le **DEA Analyse Appliquée** et le **DESS MAI**.

La spécialité "Analyse Appliquée et Modélisation" a pour vocation de proposer aux étudiants une formation de haut niveau en mathématiques appliquées et applications des mathématiques.

Les compétences acquises auront trait à la modélisation, l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, le calcul scientifique, le traitement de signal, les probabilités et la théorie ergodique.

Elle vise à former des diplômés capables d'une part d'assurer un service pointu de veille technologique et d'autre part de mettre en œuvre ou créer les outils mathématiques et algorithmiques les plus adaptés à des problèmes variés de modélisation et de simulation.

Il prépare aux métiers d'ingénieur mathématicien (Aéronautique, traitement du signal et de l'image, secteur bancaire..). Le Master pourra se poursuivre par le biais d'une thèse.

Le Master 2 est ouvert aux titulaires d'une Maîtrise de mathématiques, d'une MIM (maîtrise d'ingénierie mathématique) ou d'un diplôme équivalent.

Il accepte des étudiants salariés au titre de la formation continue.

Le Master 1, non présenté ici, est ouvert aux titulaires d'une Licence de mathématiques.

L'équipe d'accueil de la mention est le **LAMFA**, Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée, UMR 6140 du CNRS.

**Dossier de préinscription :** Université de Picardie Jules Verne  
UFR des Sciences  
Mme Martine Hazebroucq  
Master Mention Mathématiques  
Spécialité Analyse Appliquée et Modélisation  
33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

Secrétariat du département de mathématiques :  
[martine.hazebroucq@u-picardie.fr](mailto:martine.hazebroucq@u-picardie.fr)  
Tel : 03 22 82 75 01 Fax : 03 22 82 75 41

Les dossiers de préinscription sont à envoyer avant le **11 juin 2010**.

**MODALITÉS DE CONTRÔLE DES CONNAISSANCES**

Une UE est validée par le biais d'un examen ou d'un projet.  
Évaluation du **stage** par un rapport écrit et une soutenance orale devant jury.  
Le stage est obligatoire.



**L.A.M.F.A.**  
**Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée**

UE OBLIGATOIRES

**Anglais Scientifique en Situation**  
**Conduite de projets**

L. Dupaigne  
S. Dumont

UE MAJEURES (Deux à choisir parmi trois)

**Théorie de l'approximation : Applications au Traitement d'Image** J.P. Chehab, O. Goubet, D. Kachi

**Modélisation, Equations aux Dérivées Partielles et Calcul Scientifique** A. Farina, V. Martin

**Modélisation Aléatoire :** F. Durand, A.H. Fan, M.A. Souty  
**Processus Stochastiques et Théorie Ergodique**

UE OPTIONNELLES

**Dynamiques différentiables** S. Petite

**Dynamique des Fluides** M. Benlahsen, M. Guedda

**Propriétés de symétrie pour les EDPs de type elliptique** L. Dupaigne, A. Farina

**L.A.M.F.A.**  
**Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée**

**THEORIE DE L'APPROXIMATION :**  
**APPLICATIONS AU TRAITEMENT D'IMAGE**

**10 ECTS**

**Intervenants** : LAMFA et MIS

Jean-Paul CHEHAB (LAMFA), Olivier Goubet (LAMFA) et Djemâa KACHI (MIS).

**Programme indicatif** :

**Approximation polynômiale et applications**

Approximation polynômiale : Rappels et compléments, approximation au sens de Tchebycheff, au sens des moindres carrés, interpolation polynômiale et trigonométrique, interpolation par morceaux, splines.

Éléments finis : Formulation variationnelle, approximation variationnelle abstraite, méthodes de Galerkin. Espaces d'éléments finis, construction et mise en œuvre, théorie de l'erreur. Exemples : problèmes aux limites elliptiques (Dirichlet, Neumann), problème de Stokes.

Polynômes orthogonaux : Approximation en moyenne quadratique, Propriétés formelles des polynômes orthogonaux. Formules de quadrature de Gauss, résultats d'approximation, interpolation. Application à la résolution de pbs aux limites.

Ondelettes : Ondelettes de type spline. Cas des ondelettes de Haar. Algorithmes de transformation. Application à la régularisation d'un signal.

Théorie de signal :

Signaux discrets, filtres numériques.

Analyse de Fourier : rappels sur la transformation de Fourier, formule de Poisson. Principe d'incertitude, analyse temps-fréquence et temps-échelle des signaux déterministes. Transformations de Gabor, de Wigner et en ondelettes. Bases d'ondelettes et analyse multirésolution : construction et exemples, filtres miroirs en quadrature, algorithme pyramidal de Mallat pour l'implémentation.

Traitement d'image :

Modélisation des signaux bidimensionnels.

Estimation spectrale bidimensionnelle.

Estimation des paramètres d'un modèle autorégressif (AR 2D) : Algorithme de Schur-Levinson 2D, algorithme de Burg. Analyse du mouvement dans des séquences de signaux bidimensionnels et introduction aux modèles autorégressifs non stationnaires. Application à la compression prédictive de séquences d'images. Rappels sur l'Analyse de Fourier. Estimations linéaire et filtres de Wiener. Débruitage par ondelettes. Utilisation des EDP en restauration d'images.

**Bibliographie** :

C. Bernardi et Y Maday Approximations spectrales de problèmes aux limites elliptiques. Springer-Verlag

I. Daubechies, Ten lectures on wavelets, CBMS 61, SIAM, 1992.

A. Ern et J.-L. Germond "Théorie et pratique de éléments finis", Springer 2004

S. Mallat, A wavelet Tour in Signal processing, Second Edition, Academic Press, 1999.

E. Hernandez et G. Weiss, A first course on wavelets, CRC Press, 1996.

Y. Meyer, Ondelettes et algorithmes concurrents, Hermann, 1992.  
A. Papoulis, Signal Analysis, McGraw Hill, 1977.  
Anil K. Jain, Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs(1989).  
H. Youlal, M. Najim, Modélisation Paramétrique en Traitement d'Images, Edition Masson (1994)  
S. Mallat, A wavelet Tour in Signal processing, Second Edition, Academic Press, 1999.  
Stoer et Burlich "introduction to numerical analysis" , 2ed., *Springer*, 1993



**L.A.M.F.A.**  
**Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée**

**MODÉLISATION**  
**EQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES**  
**ET CALCUL SCIENTIFIQUE**

**10 ECTS**

**Intervenants** : LAMFA

Alberto FARINA et Véronique MARTIN.

**Programme indicatif** :

Equations aux Dérivées Partielles et Calcul des Variations.

Existence, propriétés qualitatives et aspects géométriques de solutions d'équations et de systèmes d'équations aux dérivées partielles non-linéaires de type elliptique et parabolique.

Calcul Scientifique :

Ce cours présente quelques techniques et langages de programmation scientifique modernes.

On se consacre à la description des langages C et C++ en vue d'une mise en oeuvre efficace des méthodes numériques (Différences Finies, Eléments Finis, ...).

Remarque : Module avec partie sur machine.

**Bibliographie** :

F. Brezzi et M. Fortin, mixed and hybrid finite elements methods, Springer 1991.

P. Ciarlet, Analyse numérique matricielle et optimisation, Masson 1983.

V. Girault et P.A. Raviart, finite elements methods for Navier-Stokes equations, Springer 1986.

B. Lucquin, O. Pironneau, Introduction au calcul scientifique, Masson, 1996.

S.P. Harbison, G.L. Steele Jr., C: A reference manual, Prentice-Hall, 1987.

Bjarne Stroustrup, Le langage C++, Int. Thomson Publishing France, 1996.

J.L. Barton, L.R. Nackmann, Scientific and Engineering C++: An introduction with advanced techniques and examples, Addison-Wesley, 1994.

L. C. Evans, Partial differential equations, Graduate studies in Mathematics, 19, AMS, Providence, RI, 1988

D. Gilbarg, N.S. Trudinger, Elliptic partial differential equations of second order, reprint of the 1998 edition, classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001.

O. Kavian, Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques, Mathématiques et applications (Berlin), 13, Springer-Verlag, Paris, 1993.

L. Sainsaulieu, Calcul scientifique, Masson.



**L.A.M.F.A.**  
**Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée**

**MODÉLISATION ALÉATOIRE :**  
**PROCESSUS STOCHASTIQUE ET**  
**THEORIE ERGODIQUE**

**10 ECTS**

**Intervenants** : LAMFA, professionnels du secteur bancaire

Fabien DURAND (LAMFA), Ai Hua FAN (LAMFA) et Marc-Antoine SOUTY (chargé d'études financières au sein de la direction financière de Prepar Vie)

**Programme indicatif modélisation aléatoire et processus stochastique** :

Généralités sur les processus stochastiques.  
Lois de processus. Théorème de Kolmogorov.  
Martingales à temps discret et à temps continu.  
Théorème de temps d'arrêt.  
Régularité des trajectoires.  
Modèles financiers à temps discret.  
Stratégie. Arbitrage. Option.  
Mouvement brownien et bruit blanc.  
Intégrale stochastique. Formule d'Ito.  
Théorème de Girsanov.  
Équations différentielles stochastiques d'Ito.  
Existence et d'unicité de solution.  
Modèle financier de Black-Scholes.  
Problème de filtration. Filtre de Kalman-Bucy. Commande stochastique.

**Bibliographie** :

N. Bouleau, Processus stochastiques et applications, Hermann 1988.  
K.L. Chung et R.J. Williams, Introduction to stochastic integration, Birkhauser 1990.  
I. Karatzas et S. Shreve, Brownian motion and stochastic calculus, Springer 1987.  
D. Lamberton et B. Lapeyre, Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance.  
B. Oksendal, Stochastic differential equations, an introduction with applications, Springer-Verlag, 4<sup>th</sup> ed., 1995.  
A.D. Wentzell, A course in the theory of stochastic processes, McGraw-Hill, 1981.

## **Programme indicatif théorie ergodique et dynamique symbolique**

Systèmes dynamiques topologiques et mesurés. Définitions et exemples.

Mesures invariantes, opérateur de Perron.

Récurrence.

Théorèmes ergodiques de Birkhoff et de Von Neumann,

Mélanges et caractérisation.

Entropies topologique, de Bowen, et mesuré.

Dimension de Hausdorff

Principe variationnel.

Dynamique symbolique. Sous-shifts de type fini.

Théorème de Ruelle-Perron-Frobenius.

Sous-shifts d'entropie nulle.

## **Bibliographie :**

A. Katok, B. Hasselblatt, Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, (Encyclopedia of

Mathematics and Its Applications, No 54), Cambridge Univ Pr (Pap Txt), 1997.

G.H. Choë, Computational Ergodic Theory Series, Algorithms and Computation in Mathematics, Vol. 13,

Springer 2005, Approx. 460 p. 500 illus., Hardcover.

Dajani, Karma; Kraaikamp, Cor, Ergodic theory of numbers, Carus Mathematical Monographs, 29. Mathematical

Association of America, Washington, DC, 2002. x+190 pp.

M.G. Nadkarni, Basic Ergodic Theory, Series, Birkhauser Advanced Texts, 1998.

W. Parry, Topics in Ergodic Theory, Cambridge University Press.

K. Petersen, Ergodic Theory.

M. Pollicott; Yuri, Michiko, Dynamical Systems and Ergodic Theory, (London Mathematical Society Student

Texts, No 40), Cambridge Univ Pr, (Pap Txt), 1998.

P. Walters, An Introduction to Ergodic Theory, Series Graduate Texts in Mathematics, Vol. 79, 1981, hardcover



**L.A.M.F.A.**  
**Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée**

**DYNAMIQUES DIFFÉRENTIABLES**

**5 ECTS**

**Intervenants : LAMFA**

Samuel PETITE.

**Programme indicatif :**

Dynamique des homéomorphismes du cercle :

- nombre de rotation,
- classification de Poincaré,
- perturbation d'homéomorphismes.

Difféomorphismes Anosov du tore n-dimensionnel.  
Théorème de stabilité d'Anosov.

Flot d'équations différentielles ordinaires.

Théorème de Poincaré Bendixon.

Linéarisation : théorème d'Hartman-Grobman.

Etude du flot de Lorentz

Introduction aux bifurcations, bifurcation de Hopf.

Invariants de dynamiques différentiables.

Théorème d'Oseledec.

Exposant de Lyapounov.

**Bibliographie :**

V. Arnol'd, Ordinary differential equations, Berlin Heidelberg New York : Springer 1992, 334 p.

A. Katok, B. Hasselblatt, Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, (Encyclopedia of Mathematics and Its Applications, No 54), Cambridge Univ Pr (Pap Txt), 1997.

M.W. Hirsch, S. Smale : Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra, Academic Press, 1974.

J. Hubbard, B. West, Équations différentielles et systèmes dynamiques , Éd. Cassini, Paris.

P. Walters, An Introduction to Ergodic Theory, Series Graduate Texts in Mathematics, Vol. 79, 1981, h  
ardcover



**L.A.M.F.A.**  
**Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée**

**DYNAMIQUE DES FLUIDES**

**5 ECTS**

**Intervenants** : LPMC, LAMFA

Mohammed BENLAHSEN (LPMC) et Mohammed GUEDDA (LAMFA).

**Programme indicatif** :

Introduction et principe fondamentaux de la mécanique des fluides.

Equations fondamentales de la mécanique des fluides.

Analyse dimensionnelle.

Introduction à la théorie de la couche limite.

Couche limite laminaire en écoulement incompressible.

Instabilités.

Écoulements turbulents.

**Remarque** : Module commun avec le parcours "modélisation et technologie des milieux complexes".

**Bibliographie** :

S. Candel, Mécanique des fluides, Dunod.

Landau et Lifchitz, Mécanique des fluides, Ed. de Moscou.

E. Guyon, J.P. Hulin et L. Petit, Hydrodynamique physique, Inter Edition / CNRS.

On a differential equation of boundary layer theory. Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A, 3253, 101—136.

Differential Equations and Dynamical Systems, Texts in Appl. Maths 7, third edition 2002 Springer.



**L.A.M.F.A.**

Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée

**PROPRIÉTÉS DE SYMÉTRIE POUR LES ÉQUATIONS AUX  
DERIVÉES PARTIELLES DE TYPE ELLIPTIQUE**

**5 ECTS**

**Intervenants** : LAMFA

Louis DUPAIGNE (LAMFA) et Alberto FARINA (LAMFA).

**Programme indicatif** :

- Symétrie radiale, cylindrique, unidimensionnelle. Application à un modèle de transition de phase.
- Inégalité isopérimétrique, inégalité de Faber-Krahn, symétrisations et applications.
- Introduction à la théorie des surfaces minimales. Lien avec les problèmes d'optimisation sous contrainte.
- Problèmes surdéterminés.
- Applications aux problèmes à frontière libre, problèmes inverses.

**Bibliographie** :

Evans, Lawrence C.

Partial differential equations.

Graduate Studies in Mathematics, 19. American Mathematical Society,  
Providence, RI, 1998. xviii+662 pp. ISBN: 0-8218-0772-235-01

Gilbarg, David; Trudinger, Neil S.

Elliptic partial differential equations of second order.

Reprint of the 1998 edition. Classics in Mathematics. Springer-Verlag,  
Berlin, 2001. xiv+517 pp. ISBN: 3-540-41160-735-02 (35Jxx)

Giusti, Enrico

Minimal surfaces and functions of bounded variation.

Monographs in Mathematics, 80. Birkhäuser Verlag, Basel, 1984. xii+240  
pp. ISBN: 0-8176-3153-458E12 (49F10 53A10)

Saloff-Coste, Laurent

Aspects of Sobolev-type inequalities.

London Mathematical Society Lecture Note Series, 289. Cambridge  
University Press, Cambridge, 2002. x+190 pp. ISBN: 0-521-00607-4