



BNP PARIBAS
ASSURANCE

Mathématiques Financières

Cours Master 2 Analyse Appliquée

1^{ère} partie – Introductions et généralités

Cours du vendredi 12 octobre 2010

Par Jean-Paul FELIX



« Environnement attitude »

L'impression de ce document est-elle indispensable ? Si oui, pensez à imprimer plusieurs diapositives par feuille.

1- Introduction historique

- La gestion des risques
 - Fonction récente dans les banques : fin des années 80, début des années 90
 - Naissance de la théorie financière associée aux travaux fondateurs de Bachelier
 - Ignorés pendant très longtemps jusqu'à leur découverte par Paul Samuelson
 - Dans les années 30 : début des recherches empiriques sur les prix des actifs avec la création de la « Cowler Commission for Research in Economics » en 1932
 - Dans les années 50 : recherches importantes sur le risque en temps que tel

1900	Thèse de Louis Bachelier « théorie de la spéculation »
1952	Parution de l'article « Portfolio Selection » d'Harry Markowitz dans Journal of Finance
1964	William Sharpe invente le modèle CAPM
1970	Synthèse des travaux sur l'efficacité des marchés par Eugène Fama
1973	Formule de valorisation d'une option européenne de Fisher Black et Myron Scholes
1974	Etude de l'obligation risquée par Robert Merton
1977	Modèles de taux de Vasicek et de Cox, Ingersoll et Ross
1992	Parution de l'article d'Heath Jarrow et Morton dans Econometrica
1994	RiskMetrics®



1- Introduction historique

- La gestion des risques

- L'année 1973 marque un tournant dans l'histoire financière pour deux raisons principales
 - La 1^{ère} est la création du CBE (*Chicago Board Options Exchange*) avec la mise en place du mécanisme d'une chambre de compensation (*clearing house*)
 - La 2^{ème} est la parution de la célèbre formule de Black & Scholes pour valoriser une option européenne
- Point de départ au développement intensif des recherches concernant la valorisation (**pricing**) des produits dérivés.
- Durant les années 80 et 90, la mise en place de couverture (**hedging**) de ces produits sensibilise les acteurs de marché au risque (perçu comme une variation de P&L, i.e. de résultats)
- A la même période, de nouveaux outils statistiques sont mis en place dans les banques pour sélection de la clientèle (**Credit Scoring**). Ces outils concernent aussi bien le risque de défaillance (**default/credit risk**) que les problèmes de tarification.
- L'accord de Bâle de 1998 impose une nouvelle vision du risque, beaucoup plus réglementaire.
- La publication en 1994 de la méthodologie **RiskMetrics**® par JP Morgan permet une diffusion très large des méthodes Value at Risk aussi bien des professionnels que des académiques.



2 - Introduction sur les instruments financiers

- Première définition d'un instrument financier
 - Un **actif**, ou instrument financier, est un moyen d'effectuer des transferts inter temporels de richesse et de risque sur cette richesse
 - Il permet aux intervenants de s'échanger des flux financiers présents et futurs, connus ou encore incertains au moment de la mise en place de l'instrument financier
 - La typologie généralement utilisée distingue deux grands types d'actifs :
 - Les actifs de base
 - Les actifs dérivés



2 - Introduction sur les instruments financiers

- Historique de création des instruments financiers

1972	Foreign Currency Futures – « <i>contrats à terme de change</i> »
1973	Equity Options – « <i>options sur actifs</i> »
1979	Over-the-counter currency options – « <i>options de change de gré à gré</i> »
1980	Currency swaps – « <i>swaps de change</i> »
1981	Interest rate swaps – « <i>swaps de taux d'intérêt</i> »
1983	Equity index options – « <i>options sur indices</i> »
1985	Swaptions – « <i>ou options sur swaps</i> »
1987	Path-dependent options (Asian, lookback, etc.) – « <i>options de deuxième génération</i> »
1992	CAT options – « <i>options catastrophes</i> »
1993	Captions/Floortions
1994	Credit default options
1997	Weather derivatives



2 - Introduction sur les instruments financiers

- L'absence d'opportunité d'arbitrage
 - Une opportunité d'arbitrage est la possibilité donnée à un intervenant du marché de monter une opération à investissement nul lui rapportant dans le futur des gains toujours positifs et strictement positifs avec une probabilité non nulle
 - Exemples numériques
 - Soient le prix spot (instantané) de l'or à 390 €, le prix à terme de l'or à échéance 1 an à 390 €, et le taux d'intérêt pour un emprunt à 1 an de 5%
 - Existe-t'il une opportunité d'arbitrage ?
 - Soient le prix spot (instantané) de l'or à 390 €, le prix à terme de l'or à échéance 1 an à 425 €, et le taux d'intérêt pour un emprunt à 1 an de 5%
 - Existe-t'il une opportunité d'arbitrage ?

