BNP PARIBAS ASSURANCE

Méthode Risque Neutre

Un exemple simple pour comprendre

Cours de Mathématiques Financières

Université d'Amiens – Jules Verne
Jean-Paul FELIX

UNIVERSITÉ de Picardie Jules Verne

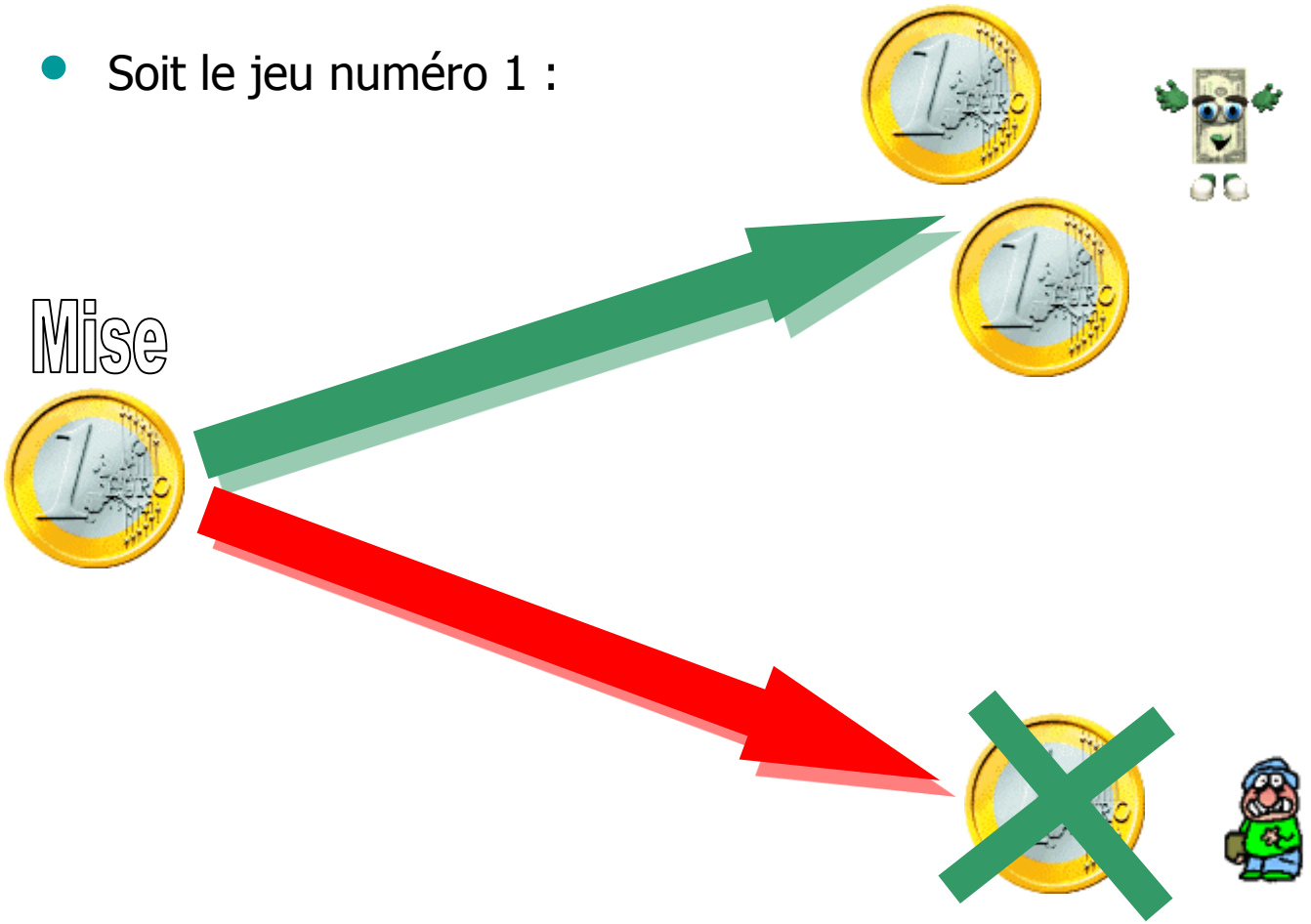
BNP PARIBAS ASSURANCE

Débutons par un exemple simple 

UNIVERSITÉ de Picardie Jules Verne

Jeu de casino n°1 : « Quitte ou double » (1/4)

- Soit le jeu numéro 1 :



- **Probabilité historique**

+ 1 € avec une probabilité de 50%

Espérance de gain = (+1) * 50% + (-1) * 50% = 0 €

- 1 € avec une probabilité de 50%

Jeu de casino n°1 : « Quitte ou double » (3/4)

- Mais le prix n'est pas nul :
  - Le prix de marché et l'espérance de gain sont deux choses différentes, car il existe une prime de risque,
  - Dans notre exemple, elle est négative, car les joueurs aiment le risque,

Le prix du jeu 1 est 0.10 €
facturés par le casino

  - Les joueurs aimant le risque sont prêts à payer une prime de risque pour entrer dans un jeu du type n°1 (ex : jeux de grattage, etc.)

Jeu de casino n°1 : « Quitte ou double » (4/4)

- Si les joueurs étaient indifférents au risque (neutre au risque), il y aurait nécessairement égalité entre prix du jeu et espérance de gain.
- Risque neutre = on ne touche pas au prix, mais on tord les probabilités

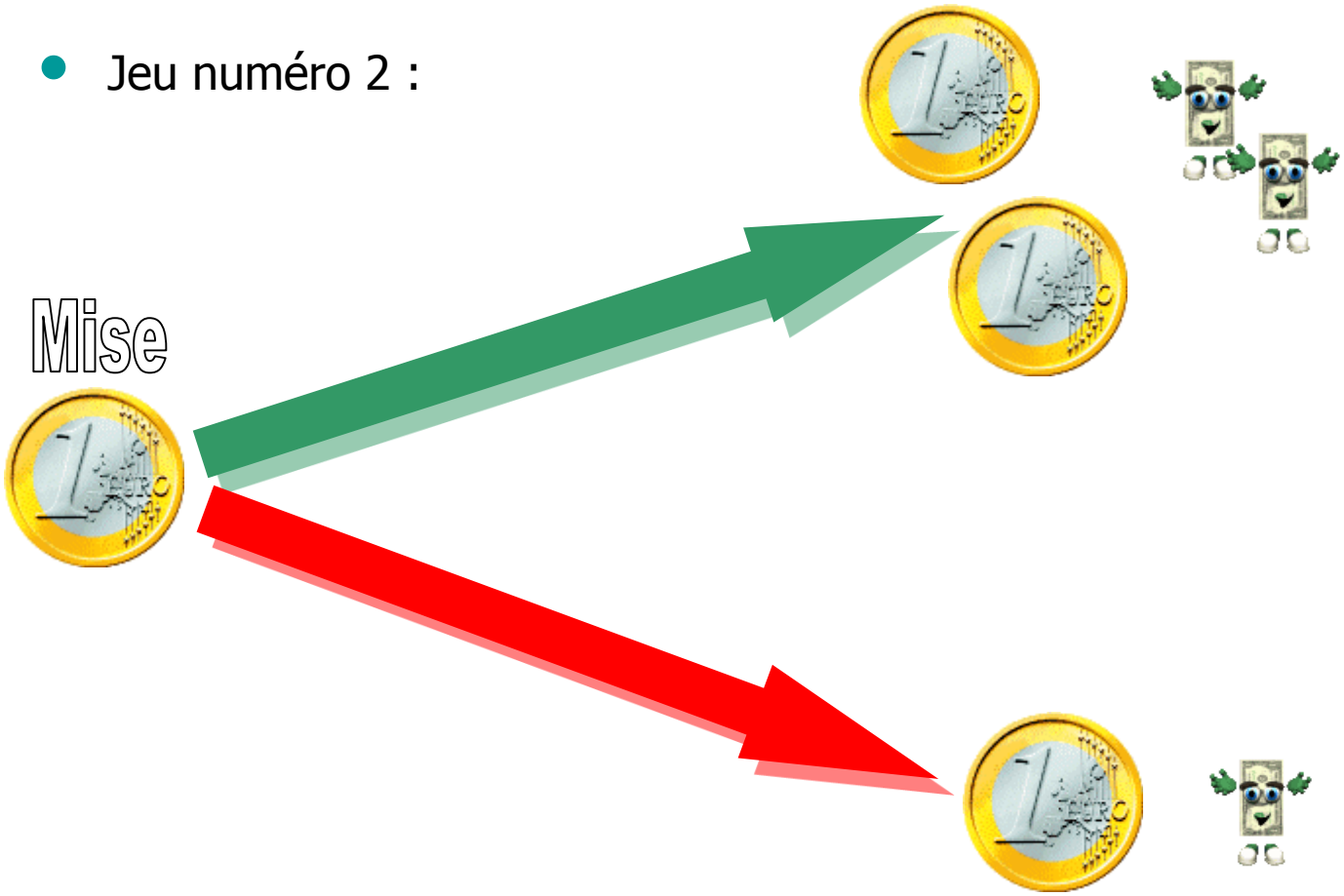
+ 1 € avec une probabilité de 55%

Espérance de gain = (+1) * 55% + (-1) * 45% = 0.10 €

- 1 € avec une probabilité de 45%

Jeu de casino n°2 : « doublement de la mise » (1/5)

- Jeu numéro 2 :



Jeu de casino n°2 : « doublement de la mise » (2/5)

- Probabilité historique

avec une probabilité de 50%

+ 1 €

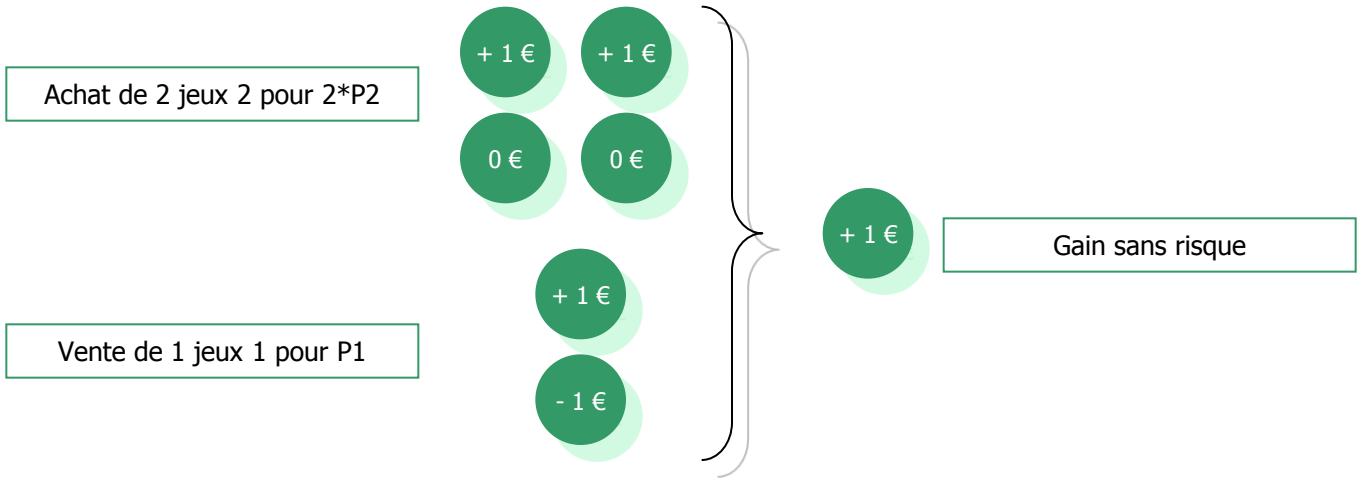
Espérance de gain = (+1) * 50% + (0) * 50% = 0.50 €

0 €

avec une probabilité de 50%

Jeu de casino n°2 : « doublement de la mise » (3/5)

- Nous connaissons le prix du jeu numéro 1, pourrait-on déduire le prix du jeu numéro 2 ?
  - Pour le savoir, nous allons créer un portefeuille :
    - Achat de 2 jeux numéro 2,
    - Vente de 1 jeu numéro 1.
  - Le gain est certain : c'est 1 € sans aléa.



Jeu de casino n°2 : « doublement de la mise » (4/5)

- La valeur de ce portefeuille (qui est un portefeuille d'arbitrage) est nécessairement de 1 euro,
- En effet, aucune prime de risque ne peut jouer dans son évaluation, puisqu'il n'y a pas d'aléas,
- A partir de la valeur de ce portefeuille et du prix du jeu 1, qui est connu, nous pouvons donc déduire le prix du jeu 2
- Prix établi en application du principe d'AOA
  - Achat de 2 jeux 2 : 1.10 €
  - Vente de 1 jeu 1 : 0.10 €
  - Investissement : 1 €
  - Gain certain : 1 €

$$2 * P_2 - P_1 = 1$$

$$2 * P_2 = 1 + P_1$$

$$P_2 = \frac{1 + P_1}{2}$$

$$P_2 = 0{,}55€$$

Jeu de casino n°2 : « doublement de la mise » (5/5)

Le prix du jeu est égal à l'espérance de gain sous la probabilité risque neutre

- Probabilité risque neutre

+ 1 € avec une probabilité de 55%

Prix du jeu 2 = Espérance de gain = (+1) * 55% + (0) * 45% = 0.55 €

0 € avec une probabilité de 45%

Conclusion sur le risque neutre

- La probabilité risque neutre assure automatiquement le respect du principe d'AOA,
- Il ne s'agit pas réellement d'une probabilité, mais d'une méthode de calcul des prix,
- <u>Remarque importante :</u> Les risques ou les espérances de gain ne peuvent pas être mesurés en PRN, puisque la « probabilité » en question est artificielle
  - La PRN ne sert qu'à calculer des prix d'actifs dérivés, mais nullement à réaliser de la gestion des risques