Proposition de sujets de mémoire - Master 1 Mathématiques

Ramla ABDELLATIF (UPJV)

Année 2015/2016

Ne pas hésiter à me contacter pour plus d'informations et/ou pour des références bibliographiques (Ramla.Abdellatif@u-picardie.fr)

Introduction à la théorie des représentations modulo p de $GL_2(\mathbb{Q}_p)$

L'objectif de ce mémoire est de découvrir l'univers des nombres p-adiques et celui de la théorie des représentations de groupes p-adiques par le biais de l'étude des représentations modulo p du groupe $GL_2(\mathbb{Q}_p)$, c'est-à-dire des actions raisonnables du groupe $GL_2(\mathbb{Q}_p)$ sur des espaces vectoriels définis sur un corps algébriquement clos de caractéristique p. Un but envisageable pour ce mémoire est la compréhension des représentations non supercuspidales de ce groupe, et éventuellement de leurs espaces de vecteurs invariants sous l'action du pro-p-sous-groupe d'Iwahori standard.

Le théorème de finitude de Mordell

L'objectif de ce mémoire est de comprendre l'énoncé et (au moins en partie) la preuve du théorème de finitude de Mordell, qui affirme que l'ensemble des points rationnels d'une courbe elliptique définie sur $\mathbb{Q}$ est un groupe de type fini. Si le temps le permet, on étudiera la notion de fonction L associée à une courbe elliptique et quelques énoncés relatifs à ces objets (conjecture de Birch-Swinnerton-Dyer, conjecture de Shimura-Taniyama-Weil – démontrée par Wiles).

Le théorème de progression arithmétique de Dirichlet

L'objectif de ce mémoire est de travailler sur le théorème de progression arithmétique de Dirichlet, qui affirme que pour tous entiers naturels a et b premiers entre eux, il existe une infinité d'entiers premiers congrus à b modulo a. On commencera par traiter quelques cas particuliers de ce théorème, puis l'on essayera de comprendre la démonstration du cas général, qui fait intervenir des techniques intéressantes de théorie analytique des nombres et permet une introduction à la théorie des fonctions L.

Autour du grand théorème de Fermat

L'objectif de ce mémoire est d'étudier certains cas du grand théorème de Fermat, qui affirme que si n est un entier naturel supérieur ou égal à 3, il n'existe pas de triplet d'entiers (x, y, z) tous non nuls vérifiant $x^n + y^n = z^n$. Les différentes valeurs de n considérées mèneront à l'étude de techniques différentes de théorie algébrique des nombres, des plus élémentaires (descente infinie et congruences entières) aux plus élaborées (arithmétique des corps de nombres à la Kummer).