

**STAGE DE MASTER 1, ANNÉE 2014/2015,
PROPOSÉS PAR ALEXANDER ZIMMERMANN**

SUJET: CROISSANCE DU NOMBRE DE SOUSGROUPES

Si un groupe G n'est pas fini, comment peut-on obtenir ordonner sa structure? L'approche apporté par ce livre est par le nombre $a_n(G)$ de sous-groupes H de G d'indice n . Pour certaines classes de groupes on peut montrer que ce nombre est toujours fini. A partir de cette suite de nombres on forme alors une série $\sum_n a_n(G)n^{-s}$ pour des nombres complexes s , qu'on appelle sa fonction zêta. Les propriétés analytiques de cette fonction donnent lieu à des informations algébriques sur G . Ceci n'est qu'une des méthodes employées. Avec des méthodes élémentaires on peut voir que les groupes libres sont de croissance exponentielles, cad $a_n(G)$ est plus que exponentielle, tandis que des groupes abéliens ont une croissance polynomiale.

Le sujet suit le livre "Alexander Lubotzky et Dan Segal: Subgroup growth". Ce livre est telechargeable gratuitement sur internet. Il est très bien écrit et a par ailleurs gagné un prix 'Ferran Sunyer i Balaguer' pour sa presentation exemplaire.

L'étudiant intéressé devrait traiter au moins les deux premiers chapitres de ce livre. Il s'agit de comprendre les méthodes, et de détailler les exemples et démonstrations, ainsi que de rajouter éventuellement d'autres exemples.

BUREAU C103

E-mail address: `alexander.zimmermann@u-picardie.fr`