

Master 1 Math
Année 2015-2016

Alberto FARINA
LAMFA - CNRS UMR 7352 - UPJV
alberto.farina@u-picardie.fr

Proposition de mémoire de Master 1

Fonctions harmoniques : propriétés et applications

Une fonction lisse u est *harmonique* sur un domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ si elle est solution de l'équation de Laplace

$$\Delta u := \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} = 0 \quad \text{dans } \Omega.$$

Les fonctions harmoniques apparaissent naturellement en physique mathématique, en théorie du potentiel ainsi que dans l'étude des fonctions holomorphes.

Le but du stage est celui d'étudier les principales propriétés de cette classe de fonctions (*théorème de la moyenne, principes du maximum, inégalité de Harnack, régularité,...*) et de les utiliser pour l'étude et la classification des solutions entières d'équations aux dérivées partielles (*théorème de Liouville, théorème de Jorgens et théorème de Bernstein*).

Bibliographie

- 1) J. Dieudonné, *Calcul infinitésimal*, Hermann.
- 2) L.C. Evans, *Partial Differential Equations*, Graduate Studies in Math. Vol. 19 AMS.
- 3) A. Farina, *Liouville type theorems for elliptic problems*, Handbook for differential equations: stationary PDEs. Vol. IV, 61–116 , Elsevier/North Holland, Amsterdam (2007).